Hoàng Chúng

Logic học PHỔ THÔNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

HOÀNG CHÚNG

Logic học PHO THONG

THƯ VI
Anphon
160
HO -
199

Giá : 10.000đ

LOGIC HỌC PHỔ THÔNG

Hoàng Chúng

LOGIC HỌC PHỔ THÔNG

(Xuất bản lần thứ ba)

THU VIỆN THÁNH ANPHONGSÔ
DÒNG CHÚA CỨU THẾ VIỆT NAM

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC 1997

516(083)
GD-97

214/847 - 97

PTK23n7

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn sách này được biên soạn dựa trên bài giảng của tác giả trong nhiều năm qua ở nhiều trường đại học và cao đẳng.

Tác giả cố gắng tiếp cận với những quan điểm hiện đại về logic học, coi logic học như là khoa học về suy luận diễn dịch *(suy diễn) và sử dụng rộng rãi* ngôn ngữ kí hiệu, *giúp cho việc trình bày các vấn đề được chính xác, rõ ràng và đơn giản.*

Cuốn sách gồm có hai chương và hai phụ lục.

Nội dung chính của cuốn sách là chương 2 (suy luận diễn dịch). Chương 1 là "công cụ", giúp hiểu rõ chương 2 và các phụ lục. Trong mỗi chương có nhiều bài tập (phần lớn có giải đáp ở cuối sách) , nhằm đưa thêm những thí dụ bổ sung vào nội dung của chương đó.

Phụ lục 1 giới thiệu ngắn gọn một số vấn đề về định nghĩa và phân chia khái niệm, là một nội dung trong logic học truyền thống , còn được ghi trong chương trình bộ môn logic học ở một số trường lớp. Phụ lục 2 giúp bạn đọc có khái niệm về ứng dụng của logic kí hiệu trong kĩ thuật.

Tác giả chân thành cảm ơn nhiều bạn đồng nghiệp và sinh viên (đặc biệt là ở hai khoa toán và ngữ văn của trường đại học sư phạm thành phố Hồ Chí Minh) đã quan tâm đến giáo trình logic học phổ thông và giúp tác giả hoàn thành cuốn sách này.

Tác giả mong nhận được những nhận xét quý giá của bạn đọc.

Thành phố Hồ Chí Minh tháng 1- 1994

Hoàng Chúng

MỞ ĐẦU

1- Logic học nghiên cứu cấu trúc của sự suy luận chính xác. Cùng với ngôn ngữ, logic là phương tiện, là công cụ để con người hiểu biết nhau, trao đổi tư tưởng với nhau.

Trong quá trình lao động và giao tiếp, con người đã học cách suy luận hợp logic, rất lâu trước khi khoa học logic ra đời. Trong nhà trường, học sinh được rèn về suy luận logic thông qua tất cả các môn học. Rất nhiều người, tuy không học logic học, vẫn suy luận nói chung là hợp logic. Tuy nhiên, vì thiếu những kiến thức có hệ thống về logic học nên không ít người không có ý thức rõ, không phân tích được sự chính xác hay sai lầm trong suy luận của bản thân mình và của người khác.

2- Logic học ra đời và phát triển gắn chặt với triết học và toán học. Người sáng lập ra logic học là *Aristote* (thế kỉ 4 trước Công nguyên). Trong công trình Organon, *Aristote* đã trình bày logic học dưới dạng khá hoàn chỉnh và trong suốt hơn 20 thế kỉ, cho đến giữa thế kỉ 19, logic học tuy có được bổ sung nhiều, nhưng không có thay đổi gì lớn. Người ta thường gọi đây là *logic học truyền thống.*

Nhà toán học Đức *Leibniz* (thế kỉ 17) là người đầu tiên có ý kiến về khả năng đưa toán học vào logic, giúp ta diễn đạt rõ ràng, ngắn gọn quá trình tư duy của mình. Nhà toán học Anh *Boole* (thế kỉ 19), trong tác phẩm "Đại số học của tư duy", đã đánh dấu một bước tiến cơ bản của logic học, với việc đưa ngôn ngữ kí hiệu vào logic. *Logic kí hiệu* ra đời không chỉ có ý nghĩa quyết định đối với sự phát triển của logic học mà còn góp phần vào việc hình thành và phát triển của logic toán học, một ngành rất quan trọng về lí thuyết và thực tiễn.

3- Trong quá trình phát triển, nhất là từ cuối thế kỉ 19 trở đi, đối tượng nghiên cứu của logic học có những thay đổi.

Theo logic học truyền thống thì:

> *Logic học là khoa học về những quy luật và hình thức cấu tạo của tư duy chính xác (hình thức của tư duy là khái niệm, phán đoán và suy luận).*

Cùng với sự phát triển của các khoa học, người ta dần thấy rằng "khái niệm, định nghĩa và phân chia khái niệm (phân loại)" là các vấn đề liên quan trước hết đến triết học, phương pháp luận khoa học và các khoa học cụ thể, và về cơ bản không thuộc lĩnh vực nghiên cứu của logic học. Vì vậy người ta đã xem:

Logic học là khoa học về sự suy luận.

(xem chẳng hạn: Nouveau Larousse Universel, 2 tập, 1969; Oxford Advanced Learner's Dictionary, 1992; Le petit Larousse illustré, 1993)

Với đối tượng như vậy của logic học, người ta nói đến "logic diễn dịch" và "logic quy nạp". Nhưng trong quá trình phát triển, logic quy nạp hiện đại trở thành logic xác suất và đối tượng của logic học có khi được xác định rõ hơn: logic học nghiên cứu *"phương pháp suy luận gồm một dãy các phán đoán, trong đó mỗi phán đoán phải là đúng nếu phán đoán đứng trước nó là đúng "* *(Collins Cobuild, English Language Dictionary, 1988);* nói cách khác:

Logic học là khoa học về suy luận diễn dịch.

(Le petit Larousse illustré, 1982)

Logic học hiện đại phát triển theo nhiều hướng (logic lưỡng trị, logic đa trị, logic xác suất; logic tình thái...).

4- Cuốn sách này trình bày **phần đầu của logic lưỡng trị.**

Trong *logic lưỡng trị,* ta xét các phán đoán (mệnh đề) trong trường hợp *đơn giản nhất* : phán đoán (mệnh đề) lấy một và chỉ một trong hai giá trị chân lí là đúng hoặc sai. Sau đây, khi nói đến *logic*, ta luôn hiểu đó là *logic lưỡng trị*.

Chú ý rằng trong ngôn ngữ thường ngày, từ logic còn được dùng theo một số nghĩa khác, chẳng hạn như: 1) để chỉ cách suy nghĩ, cách suy luận riêng của một loại người *(logic của kẻ mạnh; logic của kẻ cướp);* 2) để chỉ tính quy luật, sự trật tự chặt chẽ của các hiện tượng *(logic của cuộc sống; logic của sự vật).*

CHƯƠNG 1

PHÁN ĐOÁN VÀ CÁC PHÉP LOGIC

1- PHÁN ĐOÁN

1.1- Phán đoán và câu

Phán đoán là một khái niệm cơ bản của logic học. Phán đoán được biểu đạt dưới dạng ngôn ngữ thành một *câu* (hay *mệnh đề*) phản ánh *đúng* hay *sai* thực tế khách quan. Mỗi phán đoán có *giá trị chân lí đúng* hoặc có *giá trị chân lí sai* và không thể có giá trị chân lí vừa đúng vừa sai. Phán đoán có giá trị chân lí đúng được gọi là *phán đoán đúng*, phán đoán có giá trị chân lí sai được gọi là *phán đoán sai.*

Thí dụ về *phán đoán đúng:*

Dây đồng dẫn điện.

Trái Đất quay quanh Mặt Trời.

2 cộng 3 bằng 5 (2 + 3 = 5).

Thí dụ về *phán đoán sai:*

Paris là thủ đô nước Anh.

2 cộng 3 bằng 7 (2 + 3 = 7).

Tháng hai có 31 ngày.

Có những phán đoán mà giá trị đúng, sai phụ thuộc vào những điều kiện nhất định (địa điểm, thời gian, ...). Chẳng hạn những câu sau đây.

Hôm nay là ngày chủ nhật.

Trời mưa.

Đó là phán đoán có thể đúng ở nơi này, vào lúc này, có thể là sai ở nơi khác, vào lúc khác; nhưng ở bất cứ nơi nào, vào lúc nào nó cũng có giá trị đúng hay sai.

Chú ý rằng *mỗi phán đoán được biểu đạt thành một câu, nhưng không phải câu nào cũng biểu đạt một phán đoán*. Những câu không biểu đạt phán đoán thường là những câu nghi vấn, cảm thán, mệnh lệnh. Xét các câu sau đây.

Anh có đi chơi không?

Trời đẹp quá!

Cấm hút thuốc trong phòng họp!

Ta không thể nói rằng các câu này diễn tả một điều gì đúng hay sai được, đó không phải là những phán đoán.

1.2- Liên từ và các phép logic

Từ một hay nhiều phán đoán, có thể lập những phán đoán mới bằng cách sử dụng *phụ từ "không" và các liên từ, biểu thị* **các phép logic** (tương tự các phép toán trong đại số học).

Các phép logic cơ bản là:

phép phủ định, ứng với phụ từ *không;*

phép hội, ứng với liên từ *và;*

phép tuyển, ứng với liên từ *hoặc, hay là;*

phép kéo theo, ứng với liên từ *nếu...thì....*

Phụ từ *không* và các liên từ (*và, hoặc, nếu...thì...*) sẽ được gọi chung là các **liên từ logic.**

Phán đoán *không chứa liên từ logic nào* được gọi là *phán đoán đơn.*

"*An học giỏi.*" là một phán đoán đơn.

Phán đoán phức hợp là phán đoán *tạo thành từ một hay nhiều phán đoán khác* (là các phán đoán thành phần của nó), *nhờ các liên từ logic*. Thí dụ về phán đoán phức hợp:

Không phải An học giỏi. (*Phán đoán phủ định*, có phán đoán thành phần là *An học giỏi.)*

An học giỏi *và* An được thưởng. (*Phán đoán hội)*

An học giỏi *hoặc* An được thưởng.(*Phán đoán tuyển)*

Nếu An học giỏi *thì* An được thưởng.(*Phán đoán kéo theo)*

Các phán đoán hội, tuyển và kéo theo trên đây đều có các phán đoán thành phần là "*An học giỏi*" và "*An được thưởng*".

Vấn đề quan trọng đầu tiên của logic học là *xác định giá trị chân lí (đúng, sai) của các phán đoán phức hợp qua giá trị chân lí của các phán đoán thành phần của nó.*

Ta sẽ dùng các chữ cái P, Q, R,... để chỉ các phán đoán.

Nếu phán đoán P là *đúng*, ta nói (viết):

P có *giá trị chân lí là đ*; P là *đ* hay P = *đ*.

Nếu phán đoán Q là *sai*, ta nói (viết):

Q có *giá trị chân lí là s*; Q là *s* hay Q = *s*.

2 - PHÉP PHỦ ĐỊNH

2.1- Phép phủ định và liên từ logic "không"

Xét phán đoán:

Dây đồng dẫn điện. (đ)

Có thể lập phán đoán mới, phủ định phán đoán trên:

Không phải dây đồng dẫn điện. (s)

Lại xét phán đoán:

Paris là thủ đô nước Anh. (s)

Phủ định phán đoán này,ta được:

Không phải Paris là thủ đô nước Anh. (đ)

Với mọi phán đoán P, ta có thể lập phán đoán:

Không phải P,

Phủ định của P, kí hiệu là:

~ P (đọc: *không P, không phải P, phủ định P).*

Giá trị chân lí của phán đoán ~ P được xác định như sau:

Nếu P đúng thì ~ P sai.

Nếu P sai thì ~ P đúng.

Định nghĩa này được ghi trong bảng 2.1a hoặc bảng 2.1b, được gọi là *bảng chân lí của phép phủ định.*

P	~ P
đ	*s*
s	*đ*

Bảng 2.1a

P	*đ*	*s*
~ P	*s*	*đ*

Bảng 2.1b

Người ta thường phát biểu phủ định của một phán đoán theo nhiều cách khác nhau, thí dụ như:

Không phải dây đồng dẫn điện.

Dây đồng *không* dẫn điện.

Dây đồng *đâu có* dẫn điện.

Nói rằng dây đồng dẫn điện *là sai.*

v.v...

2.2- Phủ định hai lần (phủ định kép)

Phủ định phán đoán ~ P, ta được phán đoán ~ (~ P). Thí dụ:

P = *Dây đồng dẫn điện. (đ)*

~ P = *Dây đồng* không *dẫn điện. (s)*

~ (~ P) = Không phải *dây đồng* không *dẫn điện. (đ)*

P = *Tháng hai có 31 ngày.(s)*

~ P = Không phải *tháng hai có 31 ngày. (đ)*

~ (~ P) = Nói rằng không phải *tháng hai có 31 ngày* là sai.(s)

P và ~ (~ P) luôn luôn có cùng giá trị chân lí (cùng là đúng hoặc cùng là sai); ta nói rằng ~ (~ P) và P **tương đương logic với nhau** và viết:

$$\boxed{\sim (\sim P) = P}$$

đọc là: *"Không phải không P" tương đương logic với P.*

Đây là một *hệ thức tương đương* (tương tự hằng đẳng thức trong đại số học). Hệ thức tương đương ~ (~ P) = P tương tự hằng đẳng thức -(-a) = a trong đại số học.

Trong ngôn ngữ tự mhiên, P và *không phải không P thường được dùng trong những tình huống khác nhau và có thể có ý nghĩa khác nhau.* Thí dụ khi nói:

THƯ VIỆN THÁNH ANPHONGSÔ
* ĐỒNG CHÚA CỨU THẾ VIỆT NAM *

Chúng ta yêu hòa bình.

ta muốn khẳng định một chân lí; còn khi nói:

Không phải chúng ta không yêu hòa bình.

thì ta muốn bác bỏ ý kiến sai lầm nói rằng chúng ta không yêu hòa bình. Nhưng về mặt logic, *chỉ xét giá trị chân lí của phán đoán* thì hai phán đoán này cùng là đúng, chúng tương đương logic với nhau. Tương tự như vậy, hai phán đoán sau đây là tương đương logic:

An biết điều đó.

Nói rằng An không biết điều đó là không đúng.

(Không phải An không biết điều đó.)

Cả hai phán đoán đều là đúng hoặc đều là sai.

Hệ thức tương đương ~ (~ P) = P có thể chứng minh bằng cách lập bảng chân lí 2.2 như sau.

P	~ P	~ (~ P)
đ	*s*	đ
s	*đ*	s

Bảng 2.2

Ta thấy P và ~ (~ P) luôn cùng đúng hoặc cùng sai.

3- PHÉP HỘI

3.1- Phép hội và liên từ logic "và"

Xét hai phán đoán

P = *Dây đồng dẫn điện.*

Q = *Dây chì dẫn điện.*

Từ hai phán đoán đó, có thể lập phán đoán mới:

Dây đồng dẫn điện **và** *dây chì dẫn điện.*

Phán đoán mới này được gọi là *hội của hai phán đoán P, Q* và được kí hiệu:

$$P \wedge Q$$

(đọc là: *P và Q; hội của P và Q*).

P và Q là các *phán đoán thành phần* của $P \wedge Q$.

Giá trị chân lí của phán đoán $P \wedge Q$ được xác định qua giá trị chân lí của các phán đoán thành phần của nó như sau.

Phán đoán $P \wedge Q$ (P và Q)
đúng khi cả P lẫn Q cùng đúng,
sai trong mọi trường hợp khác.
(sai khi ít nhất một phán đoán
thành phần P, Q là sai.)

Định nghĩa này thường được ghi thành bảng 3.1a hoặc bảng 3.1b, được gọi là *bảng chân lí của phép hội* ($\wedge$).

P	Q	$P \wedge Q$	
đ	đ	đ	(1)
đ	s	s	(2)
s	đ	s	(3)
s	s	s	(4)

Bảng 3.1a

	(1)	(2)	(3)	(4)
P	đ	đ	s	s
Q	đ	s	đ	s
P ∧ Q	đ	s	s	s

Bảng 3.1b

Cụ thể, có tất cả bốn trường hợp được ghi trong 4 dòng ở bảng 3.1a hoặc 4 cột ở bảng 3.1b:

(1) Khi P đúng, Q đúng thì P ∧ Q đúng.

(2) Khi P đúng, Q sai thì P ∧ Q sai.

(3) Khi P sai, Q đúng thì P ∧ Q sai.

(4) Khi P sai, Q sai thì P ∧ Q sai.

Thí dụ:

Dây đồng dẫn điện và *dây chì dẫn điện.*

là phán đoán đúng, vì cả hai phán đoán thành phần của nó (*Dây đồng dẫn điện. Dây chì dẫn điện.*) đều đúng.

Trái Đất quay và *Mặt Trăng đứng yên.*

là phán đoán sai, vì có một phán đoán thành phần (*Mặt Trăng đứng yên.*) là sai.

Chú ý- Khi nối hai phán đoán bởi từ *và* để diễn đạt phép hội, thường người ta bỏ bớt một số từ trùng lặp hoặc sửa đổi chút ít câu văn. Thí dụ: trong các phán đoán sau đây, các từ trong dấu ngoặc được lược bỏ.

Dây đồng (dẫn điện) và dây chì dẫn điện.

Nó biết tiếng Pháp và (nó biết) tiếng Anh.

Chúng ta dành được độc lập và (chúng ta dành được) thống nhất.

3.2- Những liên từ khác có ý nghĩa của phép hội

Trong những điều kiện nhất định, phép hội còn được diễn đạt bởi những liên từ khác như: *đồng thời, nhưng, mà, song, vẫn, cũng*, v.v...hoặc chỉ bằng một *dấu phết (phẩy)*. Thí dụ:

Kháng chiến trường kì gian khổ đồng thời *lại phải tự lực cánh sinh*. (Hồ Chí Minh)

Cuộc kháng chiến của ta trường kì gian khổ nhưng *nhất định thắng lợi*. (Hồ Chí Minh)

Trời nổi gió rồi *mưa to*.

Không những *mưa to* mà còn *gió lớn*.

Mưa to, gió lớn.

Chồng cày, vợ cấy, con trâu đi bừa. (Ca dao)

Ta nói rằng: các phán đoán trên đây đều có *cùng cấu trúc logic* (phán đoán hội).

Mặt khác, *không phải bao giờ từ và cũng có ý nghĩa của phép hội*. Thí dụ:

Nói và làm đi đôi với nhau.

Em An có 15 hòn bi màu đỏ và màu xanh.

Đó là những phán đoán đơn, chứ không phải là phán đoán phức hợp tạo thành từ hai phán đoán khác nối với nhau bởi từ *và*.

4. PHÉP TUYỂN

4.1- Phép tuyển và liên từ logic "hoặc"

Xét hai phán đoán:

P = *Hôm nay là ngày chủ nhật*.

Q = *Hôm nay là ngày lễ*.

Có thể nối hai phán đoán này với nhau bởi từ *hoặc (hay là)* và được phán đoán mới:

Hôm nay là ngày chủ nhật **hoặc** *là ngày lễ.*

Phán đoán mới được gọi là *tuyển của hai phán đoán P, Q* và được kí hiệu là

$$P \vee Q$$

(đọc là: *P hoặc Q, P hay là Q, tuyển của P và Q*).

P, Q là các phán đoán thành phần của P ∨ Q.

Giá trị chân lí của P ∨ Q được xác định như sau:

Phán đoán P ∨ Q (P hoặc Q)
sai khi cả P lẫn Q cùng sai,
đúng trong mọi trường hợp khác.
(đúng khi ít nhất một phán đoán
thành phần P, Q là đúng)

Định nghĩa này thường được ghi thành bảng 4.1a hoặc bảng 4.1b, được gọi là *bảng chân lí của phép tuyển (∨).*

P	Q	P ∨ Q	
đ	đ	đ	(1)
đ	s	đ	(2)
s	đ	đ	(3)
s	s	s	(4)

Bảng 4.1a

	(1)	(2)	(3)	(4)
P	đ	đ	s	s
Q	đ	s	đ	s
P ∨ Q	đ	đ	đ	s

Bảng 4.1b

Bảng 4.1a và 4.1b được đọc như sau:

(1) Khi P đúng, Q đúng thì P ∨ Q đúng.

(2) Khi P đúng, Q sai thì P ∨ Q đúng.

(3) Khi P sai, Q đúng thì P ∨ Q đúng.

(4) Khi P sai, Q sai thì P ∨ Q sai.

Thí dụ:

Hôm nay là ngày chủ nhật hoặc *là ngày lễ. (P ∨ Q)*

Phán đoán này là *sai* nếu hôm nay *không phải* là ngày chủ nhật (P sai) mà hôm nay cũng *không phải* là ngày lễ (Q sai).

Trong mọi trường hợp khác, phán đoán là đúng, nghĩa là phán đoán đúng trong các trường hợp sau đây:

- Hôm nay *đúng* là ngày chủ nhật (P đúng) đồng thời cũng *đúng là ngày lễ (Q đúng).*
- Hôm nay *đúng* là chủ nhật (P đúng), nhưng *không phải* là ngày lễ (Q sai).
- Hôm nay *không phải* là chủ nhật (P sai), nhưng *đúng* là ngày lễ (Q đúng).

4.2- Hai nghĩa khác nhau của liên từ "hoặc" ("hay là")

Trong ngôn ngữ tự nhiên, liên từ *hoặc (hay là)* thường được dùng theo *hai nghĩa*. Thí dụ:

Hôm nay là ngày chủ nhật hoặc *là ngày lễ*(có thể vừa là chủ nhật vừa là ngày lễ).

Hôm nay là ngày chủ nhật hoặc *là ngày thứ bảy*(một trong hai ngày đó, không thể vừa là chủ nhật vừa là thứ bảy được).

Giữa các phán đoán thành phần của hai phán đoán trên có quan hệ với nhau về nội dung, nên người đọc (nghe) có thể hiểu

được ngay từ *hoặc* dùng theo nghĩa nào, mà không cần giải thích thêm (ngày chủ nhật có thể trùng với ngày lễ, nhưng không thể trùng với ngày thứ bảy). Nhưng với phán đoán

Anh ấy đi đến Huế hoặc *Đà nẵng.*

người ta có thể hiểu theo hai cách khác nhau:

Anh ấy đi đến Huế hoặc *Đà nẵng* và có thể đến cả hai nơi đó.

Anh ấy đi đến Huế hoặc *Đà nẵng* và chỉ đến một trong hai nơi đó.

Để chính xác, khi cần thiết, người ta dùng:

P và/hoặc Q; P và/hay là Q

để chỉ *P hoặc Q và có thể cả P lẫn Q;*

hoặc P hoặc Q

để chỉ *P hoặc Q nhưng không thể cả P lẫn Q.*

Thí dụ:

Anh ấy đi đến Huế và/hoặc *Đà nẵng* .

Anh ấy đi đến hoặc *Huế* hoặc *Đà nẵng.*

Trong ngôn ngữ tự nhiên, liên từ *và/hoặc* được sử dụng ngày càng nhiều. Chúng ta có thể gặp những câu sau đây.

Hàng hoá được bốc dỡ ở cảng A và/hoặc *cảng B.*

Nó có thể bị phạt tù và/hoặc *phạt tiền.*

Thuốc này có thể gây phản ứng sốt và/hoặc *nhức đầu.*

Buổi sáng các đại biểu đi tham quan A và/hoặc *B; buổi chiều đi tham quan hoặc C hoặc D.*

Người ta cũng thường dùng *một là...hai là...* theo nghĩa của liên từ *hoặc...hoặc...*, thí dụ:

Một là cứ phép gia hình,

Hai là lại cứ lầu xanh phó về. (Nguyễn Du)

4.3- Phép tuyển chặt và phép tuyển không chặt

Trong logic học, bên cạnh phép ∨ (tương ứng với từ nối *hoặc theo nghĩa và/hoặc*), người ta còn dùng phép + (tương ứng với từ nối *hoặc* theo nghĩa *hoặc...hoặc...*).

Giá trị chân lí của phán đoán P + Q (đọc: *hoặc P hoặc Q*) được xác định bởi bảng chân lí 4.2a hoặc 4.2b. Bảng 4.2a chỉ khác bảng 4.1a ở dòng đầu, bảng 4.2b chỉ khác bảng 4.1b ở cột đầu: *khi P đúng, Q đúng thì P + Q sai.*

P	Q	P + Q	
đ	đ	s	(1)
đ	s	đ	(2)
s	đ	đ	(3)
s	s	s	(4)

Bảng 4.2a

	(1)	(2)	(3)	(4)
P	đ	đ	s	s
Q	đ	s	đ	s
P + Q	s	đ	đ	s

Bảng 4.2b

Trong tài liệu này, khi nói phép tuyển thì ta luôn luôn hiểu đó là phép ∨, được định nghĩa bởi bảng 4.1. Phép ∨ được gọi là *phép tuyển không chặt*. Khi dùng đến phép + (được gọi là *phép tuyển chặt*) ta sẽ nói rõ.

5- PHÁN ĐOÁN HẰNG ĐÚNG. LUẬT LOGIC

Có những phán đoán luôn luôn **đúng, bất kể các phán đoán**

thành phần của nó đúng hay sai.Ta gọi đó là những *phán đoán hằng đúng*.Các phán đoán hằng đúng biểu thị các *luật logic*.Sau đây là hai phán đoán hằng đúng đặc biệt quan trọng.

1) ~ (P ∧ ~ P)

Đây là **luật cấm mâu thuẫn** (cũng được gọi là *luật mâu thuẫn*): *hai phán đoán phủ định lẫn nhau P và ~ P không thể đồng thời cùng đúng, hội P ∧ ~ P luôn luôn sai (hằng sai), và phủ định của hội này luôn luôn đúng (hằng đúng).*

Bán mộc bán giáo

Có người nước Sở làm nghề vừa bán mộc, vừa bán giáo.

Ai hỏi mua mộc thì anh ta khoe rằng:

" Mộc này thật chắc, không gì đâm thủng."

Ai hỏi mua giáo thì anh ta khoe rằng:

" Giáo này thật sắc, gì đâm cũng thủng."

Có người nghe nói, hỏi rằng:

" Thế bây giờ lấy giáo của bác đâm vào mộc của bác thì thế nào ?"

Anh ta không đáp ra làm sao được.

(Cổ học tinh hoa, [20], tr.28)

Người bán mộc bán giáo đã nói ra hai phán đoán phủ định lẫn nhau:

P = *Không có gì đâm thủng được mộc này.*

~ P = *Có cái (giáo) đâm thủng được mộc này.*

Hai phán đoán này không thể đồng thời cùng đúng, anh ta đã phạm luật cấm mâu thuẫn.

(Từ *mâu thuẫn* xuất phát từ sự tích này; *mâu* là *vật để đâm*,*thuẫn* là *vật để chống đỡ*.)

Sau đây là một câu chuyện khác về phạm luật mâu thuẫn.

- Thôi được, vậy theo ông có tồn tại lòng tin hay không ?

- Không, không hề có.

- Ông tin chắc như vậy chứ ?

- Nhất định rồi !

- Ông vừa nói là ở con người ta không có lòng tin, nhưng chính ông tin chắc rằng không có lòng tin. Vậy là chính ông đã cho một thí dụ đầu tiên về sự tồn tại lòng tin.

Cả phòng đều cười...

(Tuốcghêniép, dẫn theo [1], tr.43)

Khi thừa nhận: "Tôi tin chắc rằng không hề có lòng tin",nhân vật trong chuyện đã phạm luật mâu thuẫn vì cùng một lúc đã thừa nhận *hai phán đoán phủ định lẫn nhau:*

P = *Có lòng tin.* ("Tôi tin chắc như vậy.")

~ P = *Không hề có lòng tin.*

Chú ý rằng mâu thuẫn mà ta nói ở đây là *mâu thuẫn logic*, khác với mâu thuẫn được xét trong *triết học* ("mâu thuẫn bên trong" của sự vật), trong *sinh hoạt*, trong *tâm lí con người* ("mâu thuẫn giữa hai người bạn", "giận thì giận mà thương thì thương"...).

2) **P ∨ ~ P**

Đây là **luật bài trung** (luật *gạt bỏ cái thứ ba): hai phán đoán phủ định lẫn nhau P và ~ P không thể đồng thời cùng sai, tuyển P ∨ ~ P luôn luôn đúng.*

Luật bài trung là một luật đặc trưng của *logic lượng trị*. Trong toán học, ta sử dụng luật bài trung khi *chứng minh bằng phản chứng.*

Thí dụ: Xét quan hệ giữa hai đường thẳng a và b trong mặt phẳng, ta có hai phán đoán phủ định lẫn nhau:

P = *a cắt b.*

~ P = *a không cắt b. (a song song với b.)*

Để chứng minh rằng *a song song với b*(~ P là đúng) , ta có thể chứng minh *a cắt b là sai*(P sai). P đã sai thì theo luật bài trung, ~ P phải đúng.

Câu ca dao sau đây phản ánh một mong muốn " luật bài trung được tôn trọng".

Có thương thì nói là thương,

Không thương thì nói một đường cho xong.

6- TÍNH CHẤT CỦA CÁC PHÉP HỘI VÀ PHÉP TUYỂN

6.1- Phép nhân logic và phép cộng logic

Có thể chứng minh (bằng cách lập bảng chân lí) các tính chất sau đây của phép hội và phép tuyển các phán đoán, chứng tỏ phép hội và phép tuyển có các tính chất giống phép nhân và phép cộng trong đại số học.

Tính chất giao hoán

Xét về mặt giá trị chân lí (đúng ,sai) thì hai phán đoán:

Trời mưa và trời lạnh.

Trời lạnh và trời mưa.

không có gì khác nhau. Một cách tổng quát, hai phán đoán " P và Q ", " Q và P " luôn luôn có cùng giá trị chân lí, bất kể P, Q đúng hay sai. P ∧ Q và Q ∧ P tương đương logic (tđlg) với nhau:

$$P \wedge Q = Q \wedge P$$

Tương tự: $P \vee Q = Q \vee P$

Các hệ thức tương đương này chứng tỏ phép hội và phép tuyển có *tính chất giao hoán.*

Tính chất kết hợp

$$(P \wedge Q) \wedge R = P \wedge (Q \wedge R)$$

$$(P \vee Q) \vee R = P \vee (Q \vee R)$$

Tính chất phân phối của phép hội đối với phép tuyển

$$(P \vee Q) \wedge R = (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$

Các tính chất trên đây của phép tuyển và phép hội các phán đoán tương tự các tính chất của phép cộng và phép nhân các số trong đại số học, vì vậy người ta cũng gọi *phép tuyển là phép cộng logic* và *phép hội là phép nhân logic*. Đối với các phán đoán chứa các phép hội và tuyển, ta có thể thực hiện các phép biến đổi tương đương giống như các phép biến đổi đồng nhất trong đại số học, coi dấu $\wedge$ là dấu nhân và $\vee$ là đấu cộng. Người ta thường viết P.Q hay PQ thay cho $P \wedge Q$, và để giảm bớt các dấu ngoặc, người ta quy ước thực hiện các phép logic trong một phán đoán phức hợp theo thứ tự: $\sim$, $\wedge$ rồi $\vee$. Ta viết:

$PQ \vee PR$ thay cho $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$,

$\sim P \vee PQ$ thay cho $(\sim P) \vee (P \wedge Q)$,

$\sim PQ$ thay cho $(\sim P) \wedge Q$

Nhưng ở đây, các phép biến đổi được đơn giản nhiều, do không có các " hệ số" và "số mũ". Với mọi phán đoán P, ta có:

$$P \wedge P = P, \qquad P \vee P = P$$

(" trời mưa và trời mưa", " trời mưa hoặc trời mưa" đều có giá trị đúng, sai như " trời mưa".)

Mặt khác, phép tuyển cũng có tính chất phân phối đối với phép hội và do đó có khi người ta cũng gọi phép tuyển là phép nhân logic và phép hội là phép cộng logic.

Chú ý- Trong ngôn ngữ tự nhiên, phán đoán " P *và* Q" có thể có ý nghĩa khác với phán đoán "Q *và* P". Thí dụ:

(a) Nó đi đến và mọi người cười ồ lên.

(b) Mọi người cười ồ lên và nó đi đến.

Hai phán đoán này có ngữ nghĩa khác nhau, do thứ tự diễn ra hai sự kiện "Nó đi đến", "Mọi người cười ồ lên" là khác nhau. Nhưng về mặt logic học, theo định nghĩa của phép hội,thứ tự ấy không ảnh hưởng đến giá trị chân lí (đúng, sai) của (a) và (b), hai phán đoán này luôn cùng đúng hoặc cùng sai, chúng tương đương logic với nhau.

6.2- Các hệ thức De Morgan

Xét phán đoán

(1) *An giỏi toán* **và** *An giỏi văn.*

$$P \quad \wedge \quad Q$$

tức là: An vừa giỏi toán, vừa giỏi văn, giỏi cả hai môn toán và văn. Nếu ta phủ định điều này, ta được: " An không giỏi ít nhất một trong hai môn ", tức là " An không giỏi toán hoặc An không giỏi văn ". Như vậy:

Phủ định phán đoán (1) ta được phán đoán

Không phải (*An giỏi toán* **và** *An giỏi văn)*

$$\sim \quad (P \wedge Q)$$

Phán đoán này tương đương logic (tđlg) với

Không phải *An giỏi toán* **hoặc không phải** *An giỏi văn.*

$$\sim P \vee \sim Q$$

Ta có các hệ thức tương đương sau đây, gọi là các *hệ thức De Morgan:*

$$\boxed{\sim (P \wedge Q) = \sim P \vee \sim Q}$$

Không (P và Q)
tđlg với không P hoặc không Q

Tương tự:

$$\boxed{\sim (P \vee Q) = \sim P \wedge \sim Q}$$

Không (P hoặc Q)
tđlg với *không P và không Q*

Thí dụ:

Không phải (An giỏi toán **hoặc** *An giỏi văn).*

tương đương logic với

Không phải An giỏi toán **và không phải** *An giỏi văn.*

(An không giỏi toán mà cũng không giỏi văn.)

Chú ý rằng trong ngôn ngữ tự nhiên, chúng ta dùng dấu ngoặc ( ) để viết chêm vào, chú thích thêm vào trong câu, chứ không viết những câu như:

Không phải (An giỏi toán và giỏi văn).

Không dùng dấu ngoặc theo nghĩa này, đôi lúc có thể gây nhầm lẫn và thiếu chính xác. Chẳng hạn nếu viết:

Không phải An giỏi toán và An giỏi văn.

thì có thể hiểu theo hai cách:

(a) Không phải An giỏi toán và An giỏi văn.

(b) Không phải An giỏi toán và An giỏi văn.

Nếu hiểu theo (a) thì có thể phát biểu rõ hơn:

(a') Không phải An giỏi *cả* toán *lẫn* văn.

Nói rằng An giỏi toán và giỏi văn *là sai.*

Nếu hiểu theo (b) thì có thể phát biểu:

(b') An không giỏi toán *mà* giỏi văn.

Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp, người đọc phải căn cứ vào nội dung của vấn đề, vào ý của tác giả để " đặt các dấu ngoặc " vào những chỗ cần thiết, và điều này ra ngoài phạm vi của logic học.

Các hệ thức tương dương trên dây có thể chứng minh bằng cách lập bảng chân lí. Bảng sau dây cho ta một chứng minh về hệ thức De Morgan.

P	đ	đ	s	s	(1)
Q	đ	s	đ	s	(2)
~ P	s	s	đ	đ	(3)
~ Q	s	đ	s	đ	(4)
P ∧ Q	đ	s	s	s	(5)
~ (P ∧ Q)	s	đ	đ	đ	(6)
~ P ∨ ~ Q	s	đ	đ	đ	(7)

Các dòng (1) và (2) liệt kê mọi trường hợp có thể xảy ra về các giá trị chân lí của P và Q. Từ (1) ta có (3) và từ (2) ta có (4) theo định nghĩa của phép phủ định. Từ (1) và (2) có (5) theo định nghĩa của phép hội. Từ (5) có (6) theo định nghĩa của phép phủ định. Từ (3) và (4) có (7) theo định nghĩa của phép tuyển. Hai dòng (6) và (7) chứng tỏ ~ (P ∧ Q) luôn có cùng giá trị chân lí với ~ P ∨ ~ Q, bất kể P và Q lấy giá trị chân lí gì, nghĩa là ta có:

$$\sim (P \wedge Q) = \sim P \vee \sim Q.$$

Tập hợp các phán đoán với các phép $\sim$, $\vee$, $\wedge$, được xác định như trên lập thành **đại số phán đoán** (hay **đại số mệnh đề**), *có vai trò quan trọng không chỉ trong logic học mà trong nhiều lĩnh vực khác.*

BÀI TẬP

1.1- Lập phán đoán phủ định của các phán đoán sau:

a) Trời mưa. b) Trời nắng. c) An cao hơn Bình. d) An thấp hơn Bình. e) 5>7.

1.2- Viết dưới dạng kí hiệu các phán đoán sau đây (gọi P là "trời mưa ", Q là " trời lạnh "). a) Trời vừa mưa lại vừa lạnh. b) Trời không mưa nhưng mà lạnh. c) Trời đã mưa lại lạnh. d) Trời có mưa đâu nhưng mà lạnh. e) Trời không mưa cũng không lạnh. g) Trời mưa nhưng đâu có lạnh. h) Nói rằng trời không mưa mà lạnh là không đúng. Xác định giá trị chân lí của các phán đoán trên trong trường hợp P đúng, Q sai.

1.3- Gọi P là phán đoán " Quả đất hình cầu ", Q là phán đoán " Quả đất đứng yên ", hãy diễn đạt các phán đoán sau đây thành lời:

a) $P \wedge \sim Q$ d) $\sim (\sim P \wedge \sim Q)$

b) $\sim P \vee \sim Q$ e) $\sim (P \vee \sim Q)$

c) $\sim (P \vee Q)$ g) $\sim (\sim P \vee Q)$

Xác định giá trị chân lí của các phán đoán trên, biết P đúng, Q sai.

1.4- Các từ " và ", các dấu phết (,) trong các phán đoán sau đây có ý nghĩa của phép logic gì ($\wedge$, $\vee$): a) Lao động là quyền, nghĩa vụ và vinh dự hàng đầu của công dân. b) Công nhân, viên chức khi về hưu, già yếu, bệnh tật hoặc mất sức lao động được hưởng quyền lợi bảo hiểm xã hội. c) Người già và người tàn tật không nơi nương tựa được nhà nước và xã hội giúp đỡ.

1.5- Thay từ " hoặc", " hay là" trong các phán đoán sau đây bằng dấu V hay dấu + cho thích hợp: a) Chiến tranh có thể kéo dài 5 năm, 10 năm, 20 năm hoặc lâu hơn nữa...(Hồ Chí Minh). b) Nó đi làm bằng xe đạp hoặc xe buýt. c) Tôi đi từ thành phố Hồ Chí Minh đến Đa Lạt bằng ô tô hoặc máy bay. d) Ai ăn hối lộ sẽ bị phạt tiền hoặc phạt tù. d) Nhà toán học thiên tài E. Galois chết năm 20 hoặc 21 tuổi; muốn biết rõ, có thể tìm trong báo " Toán học và tuổi trẻ" hoặc trong cuốn " Lịch sử toán học".

1.6- Viết các phán đoán sau đây dưới dạng kí hiệu, với P là " Nó học đàn " và Q là " Nó học bơi ": a) Nó không học đàn mà cũng không học bơi. b) Không phải nó vừa học đàn, vừa học bơi. c) Nó học ít nhất một trong hai môn (đàn, bơi). d) Nó không học ít nhất một trong hai môn (đàn, bơi). e) Nó học một môn và chỉ một môn thôi (đàn, bơi). g) Nó học nhiều nhất là một môn (đàn, bơi).

Vài chuyện giải trí

1.7- Có năm bạn An, Bái, Can, Dần, Yến quê ở năm địa phương khác nhau. Với câu hỏi: "Bạn quê ở đâu? ", ta nhận được các câu trả lời:

An: Quê tôi ở Hà nội, còn Dần ở Nghệ An.

Bái: Tôi cũng ở Hà nội, còn Can ở Sông Bé.

Can: Tôi cũng ở Hà nội, còn Dần ở Quảng Nam.

Dần: Tôi quê ở Nghệ An chứ, còn Yến thì ở Phú Thọ.

Yến: Đúng, quê tôi ở Phú Thọ, còn An thì ở Quảng Nam kia.

Tuy các bạn đều nghịch ngợm, nhưng trong mỗi câu trả lời trên đây đều có ít nhất một phần đúng. Hãy xác định quê của mỗi người.

1.8- Một tỉnh nọ cử 6 học sinh Chính, Bình, Nghĩa, Quang, Thu và Phúc đi dự thi học sinh giỏi. Có tin báo về là chỉ có 2 học sinh được giải. Có năm thầy giáo dự đoán như sau :

1) Chính và Bình được giải.

2) Nghĩa và Quang được giải.

3) Thu và Chính được giải.

4) Nghĩa và Thu được giải.

5) Phúc và Chính được giải.

Có một thầy dự đoán sai hoàn toàn, còn bốn thầy khác đoán đúng một học sinh được giải. Vậy hai học sinh nào được giải ?

1.9- Nghịch lí *Anh chàng thợ cạo*

Chuyện kể rằng ở một vương quốc nọ, có một anh chàng thợ cạo được lệnh "phải cạo râu cho tất cả những người và chỉ những người không tự cạo râu." Theo lệnh này, anh ta phải cạo râu cho mình hay không ?

1.10- Nghịch lí *Anh chàng nói dối*

Một anh chàng ra trước dám đông nói rằng:" Điều tôi nói đây là giả dối." Anh ta nói dối hay nói thật ?

7- PHÉP KÉO THEO

7.1- Phép kéo theo và liên từ logic "nếu..thì..."

Cho hai phán đoán:

P = *An học giỏi.*

Q = *An được thưởng.*

Có thể lập phán đoán mới:

Nếu *An học giỏi* **thì** *An được thưởng.*

Nếu P thì Q

Kí hiệu: $P \Rightarrow Q$

(đọc: *P kéo theo Q; nếu P thì Q; nếu có P thì có Q.)*

Trong phán đoán $P \Rightarrow Q$ thì P được gọi là *tiền đề*, còn Q được gọi là *hậu đề*.

Phép kéo theo ($\Rightarrow$) được định nghĩa như sau:

Phán đoán $P \Rightarrow Q$ (Nếu có P thì có Q)
sai khi P đúng mà Q sai,
đúng trong mọi trường hợp khác.

Bảng 7.1a hay 7.1b là *bảng chân lí của phép kéo theo.*

P	Q	$P \Rightarrow Q$	
đ	đ	đ	(1)
đ	s	s	(2)
s	đ	đ	(3)
s	s	đ	(4)

Bảng 7.1a

	(1)	(2)	(3)	(4)
P	đ	đ	s	s
Q	đ	s	đ	s
$P \Rightarrow Q$	đ	s	đ	đ

Bảng 7.1b

Nếu P đúng, Q sai thì P ⇒ Q sai,

Nếu P đúng, Q đúng thì P ⇒ Q đúng,

còn *nếu P sai thì P ⇒ Q cũng được coi là đúng, bất kể Q đúng hay sai.*

Có thể minh họa định nghĩa trên qua thí dụ sau. Xét phán đoán:

Nếu An học giỏi thì An được thưởng

P ⇒ Q

Phán đoán này *sai* nếu An học giỏi (P đúng) mà An không được thưởng (Q sai). Phán đoán này là đúng trong mọi trường hợp khác, cụ thể là trong các trường hợp sau:

- An học giỏi (P đúng) và An được thưởng (Q đúng).
- An không học giỏi (P sai) và An không được thưởng (Q sai).
- An không học giỏi (P sai) mà An được thưởng (Q đúng).

Trong trường hợp An không học giỏi, An vẫn có thể được thưởng do việc làm tốt khác (như giúp đỡ bạn chẳng hạn), và phán đoán "*Nếu An học giỏi thì An được thưởng*" vẫn được coi là đúng.

7.2- Phán đoán đảo. Phép kéo theo không có tính giao hoán

Trong phán đoán P ⇒ Q, nếu ta hoán vị (đổi chỗ) tiền đề với hậu đề, ta được phán đoán Q ⇒ P. Hai phán đoán P ⇒ Q và Q ⇒ P được gọi là *hai phán đoán đảo của nhau.*

Khác với phép hội và phép tuyển, **phép kéo theo không có tính chất giao hoán**, nghĩa là

P ⇒ Q (Nếu có P thì có Q)
không tương đương logic với
Q ⇒ P (Nếu có Q thì có P)

Ta viết: **P ⇒ Q ≠ Q ⇒ P**

$P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ *không phải bao giờ cũng có cùng giá trị chân lí*, chẳng hạn trong trường hợp P sai mà Q đúng thì $P \Rightarrow Q$ là đúng, còn $Q \Rightarrow P$ lại sai.

Thí dụ: Xét phán đoán

Nếu trời mưa thì đường phố ướt.

$$P \quad \Rightarrow \quad Q$$

Phán đoán này đúng vì khi P đúng (trời mưa) thì Q cũng đúng (đường đường phố ướt). Xét *phán đoán đảo* của nó:

Nếu đường phố ướt thì trời mưa.

$$Q \quad \Rightarrow \quad P$$

Phán đoán này có thể sai, vì khi Q đúng (đường phố ướt) thì P có thể sai (trời không mưa mà do xe phun nước hay do người ta đổ nước ra đường).

7.3- Phán đoán phản đảo

Vẫn xét phán đoán:

Nếu trời mưa thì đường phố ướt.

$$P \quad \Rightarrow \quad Q$$

Phán đoán này đúng; vì vậy khi thấy đường phố không ướt (không Q) thì ta phải nghĩ là trời không mưa (không P) (vì nếu trời mưa thì đường phố đã ướt rồi!). Như vậy, ta cũng có phán đoán đúng:

Nếu đường phố không ướt thì trời không mưa.

$$\sim Q \quad \Rightarrow \quad \sim P$$

Một cách tổng quát, từ định nghĩa của phép kéo theo và phép phủ định, có thể chứng minh dễ dàng rằng hai phán đoán $P \Rightarrow Q$ và $\sim Q \Rightarrow \sim P$ luôn luôn có cùng giá trị chân lí (cùng đúng hoặc cùng sai) :

$$P \Rightarrow Q \text{ (Nếu có P thì có Q)}$$

tương đương logic với

$$\sim Q \Rightarrow \sim P \text{ (Nếu không Q thì không P)}$$

$$\boxed{P \Rightarrow Q \;=\; \sim Q \Rightarrow \sim P}$$

Hai phán đoán $P \Rightarrow Q$ và $\sim Q \Rightarrow \sim P$ được gọi là *hai phán đoán phản đảo của nhau*; tiền đề của phán đoán này là phủ định hậu đề của phán đoán kia và ngược lại. *Hai phán đoán phản đảo của nhau thì tương đương logic với nhau.*

Ta xét một thí dụ khác. Hai phán đoán sau đây là phản đảo của nhau:

Nếu trẻ bị bệnh thì trẻ khóc.

Nếu trẻ không khóc thì trẻ không bị bệnh.

Hai phán đoán tương đương logic với nhau, chúng đều là sai.

7.4- Điều kiện đủ, điều kiện cần, điều kiện cần và đủ

1) Phán đoán $P \Rightarrow Q$

Nếu có P thì có Q.

nhiều khi được diễn đạt dưới dạng

Có P là đủ để có Q.

Muốn có Q thì có P là đủ.

(Muốn có Q chỉ cần có P).

Có Q khi có P.

Thí dụ: Xét phán đoán:

Nếu anh có sáng chế thì anh được thưởng.

$$P \quad \Rightarrow \quad Q$$

Có thể diễn đạt cách khác:

Anh có sáng chế là đủ (điều kiện đủ) để anh được thưởng.

Muốn được thưởng thì chỉ cần anh có sáng chế.

Anh được thưởng khi anh có sáng chế.

2) Phán đoán $\sim P \Rightarrow \sim Q$

Nếu không có P thì không có Q.

nhiều khi được diễn đạt dưới dạng

Có P là cần để có Q.

Muốn có Q thì cần (phải) có P.

Có Q chỉ khi có P.

(Chỉ có Q khi có P.)

Thí dụ: Phán đoán

Nếu em không khỏe mạnh thì em không học giỏi được.

$$\sim P \Rightarrow \sim Q$$

có thể diễn đạt cách khác:

Khỏe mạnh là cần (điều kiện cần) để em học giỏi.

Muốn học giỏi thì em cần (phải) khỏe mạnh.

Em học giỏi chỉ khi em khỏe mạnh.

Em chỉ học giỏi khi em khỏe mạnh.

3) Chú ý rằng hai phán đoán phản đảo của nhau là tương đương logic:

$$P \Rightarrow Q \;=\; \sim Q \Rightarrow \sim P$$ (xem 7.3)

Vì vậy ta có:

Khi P là điều kiện đủ để có Q ($P \Rightarrow Q$)
thì Q là điều kiện cần để có P ($\sim Q \Rightarrow \sim P$).

4) Trở lại hai thí dụ vừa xét:

Khỏe mạnh là điều kiện cần để học giỏi.

Nhưng ai cũng biết rằng phán đoán sau đây cũng đúng:

Không phải hễ khỏe mạnh thì học giỏi.

nghĩa là:

Khỏe mạnh không phải là đủ để học giỏi.

Như vậy, ta có phán đoán đúng sau đây:

Khỏe mạnh là **điều kiện cần nhưng không đủ** *để học giỏi.*

Ta lại thấy:

Có sáng chế là điều kiện đủ để được thưởng.

Nhưng là sai lầm nếu nói rằng:

Nếu anh không có sáng chế thì anh không được thưởng.

nghĩa là

Có sáng chế là **điều kiện đủ nhưng không cần** *để được thưởng.*

5) Phán đoán

Nếu có P thì có Q và ngược lại nếu có Q thì có P.

có thể diễn đạt dưới dạng:

P là **điều kiện cần và đủ** *để có Q.*

Có Q khi và chỉ khi *có P.*

Lúc đó ta viết: $P \Leftrightarrow Q$ hay $Q \Leftrightarrow P$

(đọc: P *khi và chỉ khi* Q hay Q *khi và chỉ khi* P).

Thí dụ: Hai phán đoán sau đây đều dúng:

Nếu một số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 3.

Nếu một số chia hết cho 3 thì số đó có tổng các chữ số chia hết cho 3.

Vì vậy ta có phán đoán đúng sau đây:

Có tổng các chữ số chia hết cho 3 là điều kiện cần và đủ để một số chia hết cho 3.

hay là:

Một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi nó có tổng các chữ số chia hết cho 3.

Các liên từ logic *cần, đủ (chỉ cần), cần và đủ* có khi không được chú ý sử dụng chính xác. Trong một tờ báo hàng ngày, chúng ta đọc được (các từ in nghiêng là do tôi - *H. Chúng*):

" Ngày 21-4-1993, trên sân đối phương F.C.Bruges của Bỉ, các cầu thủ Marseille phải nỗ lực dành chiếc vé vào chung kết.(...) *Chỉ cần* thắng F.C.Bruges bất luận với tỉ số bao nhiêu, Marseille vẫn có quyền bước vào trận chung kết."

Ở đây, liên từ logic "chỉ cần" đã được sử dụng chính xác. Nhưng một tuần sau đó, cũng trên tờ báo này, không hiểu sao "điều kiện đủ" ("chỉ cần") lại được thay bằng "điều kiện cần và đủ":

"Tỉ số chiến thắng 1 – 0 là *điều kiện cần và đủ* cho Marseille tiến vào trận chung kết với A.C.Milan vào ngày 26-5 tới đây."

7.5- Những cách diễn đạt khác nhau của phán đoán kéo theo trong ngôn ngữ tự nhiên

Trong ngôn ngữ tự nhiên, có rất nhiều liên từ có ý nghĩa logic của phép kéo theo; chẳng hạn các phán đoán sau đây đều có dạng $P \Rightarrow Q$ (đều có cấu trúc logic là $P \Rightarrow Q$):

Từ P *suy ra* Q.

Khi có P *thì* có Q (có *Q khi có* P).

Một khi có P *thì* có Q.

Vì có P *nên* có Q (có Q vì có P).

Do (nhờ) có P *mà (nên)* có Q (có Q do có P, có Q nhờ có P).

Hễ có P *thì* có Q.

Phải chi có P *để (thì)* có Q.

Giá có P *thì* đã có Q.

Có P *là đủ* để có Q (Muốn có Q thì có P là đủ).

v.v...

Sau đây là một số thí dụ:

Các cháu đoàn kết *thì* thế giới hoà bình. (*Hồ Chí Minh*)

Khi một dân tộc đã đoàn kết nhất trí, đấu tranh giành độc lập tự do, *thì* nhất định họ sẽ thắng lợi. (*Hồ Chí Minh*)

Hễ còn một tên xâm lược trên đất nước ta, *thì* ta còn phải tiếp tục chiến đấu, quét sạch nó đi. (*Hồ Chí Minh*)

Người em đen *vì* than, *vì* nắng,

Nhưng bụng em trắng *vì* uống nước giếng trong. *(Ca dao)*

Bởi chưng bác mẹ em nghèo

Cho nên em phải băm bèo thái khoai. *(Ca dao)*

Bao giờ cho gạo bén sàng

Cho trăng bén gió *thì* nàng lấy anh. (*Ca dao)*

Chồng giận *thì* vợ làm lành,

(Miệng cười hớn hở rằng: Anh giận gì ?) *(Ca dao)*

Bông hồng kia, *giá* gọi bằng một tên khác, *thì* hương thơm cũng vẫn ngọt ngào. *(Sêcxpia)*

Phải chi ngoài biển có cầu,

Để anh ra đó giải đoạn sầu cho em. *(Ca dao)*

Ước gì gần gũi tấc gang

Giải niềm cay đắng để chàng tỏ hay. *(Chinh phụ ngâm)*

Chú ý rằng trong logic học, khi xét phán đoán $P \Rightarrow Q$, ta *không quan tâm đến mối quan hệ về nội dung giữa P và Q*, không phân biệt trường hợp P là *nguyên nhân* của Q, hay P là *điều kiện* để có Q hay P là *căn cứ* để có Q, v.v...mà *chỉ xét giá trị chân lí của* $P \Rightarrow Q$, *phụ thuộc vào giá trị chân lí của P và của Q, theo bảng 7.1.*

Trong ngôn ngữ tự nhiên, ta không gặp những câu như:

Nếu quả đất đứng yên thì 2 + 2 = 4.

Nếu quả đất quay thì 2 + 2 = 4.

Xét theo logic, đó đều là những phán đoán đúng (vì có hậu đề đúng).

7.6- Những điều trình bày trên đây về phép kéo theo : phép kéo theo không có tính chất giao hoán, hai phán đoán phản đảo của nhau thì tương đương logic, điều kiện cần và điều kiện đủ (khi, chỉ khi), được sử dụng chặt chẽ trong toán học và trong nhiều ngành khoa học. Nhưng trong ngôn ngữ tự nhiên, không ít trường hợp một liên từ có nhiều ý nghĩa logic khác nhau, tùy theo từ đó được sử dụng trong tình huống nào, gắn với nội dung gì (cũng như liên từ *hoặc* được dùng với hai ý nghĩa khác nhau đã xét ở 4.2).

Chẳng hạn xét phán đoán

Có P mới có Q.

Nói chung, phán đoán này có nghĩa là

Có P khi có Q.

Nếu không có P thì không có Q.

(P là điều kiện cần để có Q.)

Còn phán đoán

Chỉ có P mới có Q.

được hiểu là

Nếu có P thì có Q và ngược lại nếu có Q thì có P.

Có P khi và chỉ khi có Q.

(P là điều kiện cần và dủ đế có Q.)

Tuy nhiên, phán đoán " Có P mới có Q" có khi lại được hiểu là

Nếu có P thì có Q. (P là điều kiện đủ để có Q.)

Và có khi còn được hiểu là

Có P khi và chỉ khi có Q.

Thật vậy, chúng ta nghiên cứu các đoạn văn sau đây (các từ in nghiêng là do tôi -*H.Chúng*):

a)"...Lại có câu: *Có thực mới vực được đạo, nghĩa là không có ăn thì không làm được việc gì cả."(Hồ Chí Minh, [18], tr.31.)*

Như vậy, "có ăn" là *cần* để "vực được đạo".

b) " Nếu thế hệ già hơn thế hệ trẻ thì không tốt. Thế hệ già thua thế hệ trẻ *mới* tốt." (Hồ Chí Minh, [18], tr.257.)

Ở đây, *P mới có Q* được hiểu là *có P thì có Q; P là đủ để có Q.*

c) "Cán bộ là tiền vốn của đoàn thể.*Có vốn mới làm ra lãi.* Bất cứ chính sách, công tác gì, nếu có cán bộ, thì thành công, tức là có lãi.Không có cán bộ tốt thì hỏng việc, tức là lỗ vốn." (Hồ Chí Minh, dẫn theo "Tâm lý học về công tác của bí thư chi đoàn, NXB thanh niên, 1976, tr.16)

Trong trường hợp này, *có P mới có Q* được hiểu là *có P thì có Q và không P thì không Q*", *P là cần và đủ để có Q.*

Khi ta sử dụng các định nghĩa (chấp nhận định nghĩa như là phán đoán đúng):

Có P nếu có Q ($Q \Rightarrow P$)

thì lại phải hiểu là

Có P khi và chỉ khi có Q. ($Q \Rightarrow P$ *và* $P \Rightarrow Q$.)

Thí dụ: Trong " Điều lệ về sáng kiến cải tiến kĩ thuật, hợp lí hóa sản xuất và sáng chế " (ban hành kèm theo nghị định của Hội đồng Chính phủ số 31/CP ngày 23.1.1981), tại điều 11 có viết:

> " Giải pháp kĩ thuật được công nhận là mới *nếu* trước ngày nộp đơn đăng kí sáng chế, giải pháp đó hoặc các giải pháp tương tự chưa được bộc lộ công khai ở trong và ngoài nước dưới mọi hình thức đến mức căn cứ vào đó có thể thực hiện được."

Ở đây, từ *nếu* phải hiểu là *khi và chỉ khi.*

Trong các phép logic, phép kéo theo là quan trọng nhất nhưng là khó nhất, phức tạp nhất, do không có tính giao hoán và được diễn đạt bằng rất nhiều cách khác nhau trong ngôn ngữ tự nhiên.

BÀI TẬP

1.11- Viết các phán đoán sau đây dưới dạng

Nếu.....thì.....

hoặc Nếu không.....thì không.....

a) Chuồn chuồn bay thấp thì mưa.

Bay cao thì nắng, bay vừa thì dâm.

b) Nên thợ, nên thầy vì lo học,

No ăn, no mặc bởi hay làm.(*Nguyễn Trãi*)

c) Thuận vợ thuận chồng, tát biển Đông cũng cạn.

d) Lý luận sẽ trở thành lực lượng vật chất một khi nó thâm nhập được vào quần chúng. (*K.Marx*)

đ) Tôi đi xem đá bóng khi có giấy mời.

Anh ấy chỉ đi xem đá bóng khi có giấy mời.

e) Để khỏi lỡ tàu, anh phải dậy trước 5 giờ sáng.

g) Anh không đến họp kịp trừ phi anh đi máy bay.

h) Không có lửa sao có khói.

i) Thức khuya mới biết đêm dài.

k) Sự giúp đỡ chỉ có ý nghĩa khi đúng lúc.

l) Muốn thắng ở mặt trận này ắt phải có chuẩn bị kế hoạch.
(*Hồ Chí Minh*)

m) Muốn xây dựng chủ nghĩa xã hội thì trước hết cần có con người xã hội chủ nghĩa. (*Hồ Chí Minh*)

n) Chúng ta chỉ có thể xây dựng chủ nghĩa xã hội bằng cách tăng gia sản xuất và thực hành tiết kiệm. (*Hồ Chí Minh*)

o) Một dân tộc muốn đứng vững trên đỉnh cao của khoa học không thể không có tư duy lí luận. (*F.Engels*)

1.12- Viết các phán đoán từ đ) trở đi trong bài tập 1.11 dưới dạng:

".....là điều kiện cần (đủ) để....."

1.13- Một bạn đã ghi lại mấy câu sau đây của K.Marx: "Một chế độ xã hội không bao giờ mất đi khi tất cả những lực lượng sản xuất mà chế độ xã hội đó tạo địa bàn cho phát triển, chưa phát triển; những quan hệ sản xuất mới, cao hơn, không bao giờ xuất hiện khi những điều kiện tồn tại vật chất của những quan hệ đó chưa chín mùi trong lòng bản thân xã hội cũ. Cho nên *nhân loại bao giờ cũng đặt ra cho mình những vấn đề mà mình có thể giải quyết được; vì khi xét kĩ hơn bao giờ người ta cũng thấy rằng bản thân vấn đề nẩy ra khi những điều kiện vật chất để giải quyết vấn đề đó đã có hay ít ra cũng đang hình thành."*

Đối với các phán đoán in nghiêng (do tôi nhấn mạnh- H.Chúng), bạn ấy đã chép sót một vài từ, làm sai đi ý của K.Marx. Căn cứ vào toàn bộ các câu trích dẫn trên đây, hãy sửa lại giúp chỗ sai.

1.14- Tìm giá trị chân lí của các phán đoán sau đây với P là đ, Q là s, R là đ:

a) $(P \wedge Q) \Rightarrow \bar{R}$; b) $(P \vee Q) \Rightarrow R$

c) $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$; d) $P \Rightarrow (Q \vee R)$

e) $P \Rightarrow (Q \wedge R)$; g) $P \Rightarrow (Q \wedge \sim R)$.

Hãy lấy thí dụ về phán đoán cụ thể (thành lời) ứng với P, Q, R, rồi ứng với từng phán đoán nói trên.

1.15- Viết các phán đoán sau đây dưới dạng kí hiệu:

a) Nếu nước độc lập mà dân không hưởng hạnh phúc thì độc lập cũng không có ý nghĩa gì. (*Hồ Chí Minh*)

b) Nhờ nhân dân ta đoàn kết một lòng và chính phủ lãnh đạo khôn khéo mà chúng ta bẻ gãy xiềng xích nô lệ, tranh được độc lập tự do. (*Hồ Chí Minh*)

c) Đường đi khó, không khó vì ngăn sông cách núi mà khó vì lòng người ngại núi e sông. (*Nguyễn Bá Học*)

d) Rượu ngon không có bạn hiền,

Không mua, không phải không tiền không mua. *(Nguyễn Khuyến)*

e) Nó gầy đi không phải vì làm việc nhiều, cũng không phải vì bị bệnh.

g) Nó gầy đi không phải vì làm việc nhiều hay vì bị bệnh.

Giá trị chân lí của hai phán đoán e), g) có gì khác nhau ?

Vài chuyện giải trí

1.16- Hai bạn An và Bình hay đùa, lúc thì nói thật, lúc thì nói dối. Một lần, An bảo Bình: " Lúc nào mình không nói dối thì cậu cũng không nói dối." Bình trả lời: "Lúc nào mình nói dối thì cậu cũng nói dối." Lúc này, bạn nào nói thật, bạn nào nói dối ?

1.17- Chuyện kể rằng có lần một bộ lạc đem một người tù ra xử tử, và ban cho anh ta một ân huệ: " Cho mày được chọn cách chết. Mày được nói một câu cuối cùng, nếu câu này là đúng sự thật thì mày bị chặt đầu, còn nếu câu này là giả dối thì mày bị treo cổ ". Sau một phút suy nghĩ, người tù nói: " Bọn bay sẽ treo cổ tao ". Anh ta bị treo cổ hay bị chặt đầu ?

1.18- Một hôm tôi đến chơi nhà một người thân. Trên bàn, có một tấm bìa khá to, trên hai mặt (A, B) chỉ vẻn vẹn có mấy dòng chữ:

Mặt A	*Mặt B*
Điều ghi ở mặt B	*Điều ghi ở mặt A*
là đúng sự thật	*là giả dối*

Tôi đọc đi, đọc lại và bỗng hiểu ra rằng, chủ nhà đã mời khách dùng một cái quạt khá độc đáo ! Bạn thử làm loại "quạt " này xem sao !

8. HÀM PHÁN ĐOÁN. PHÁN ĐOÁN TỒN TẠI VÀ PHÁN ĐOÁN PHỔ BIẾN

8.1- Hàm phán đoán

Xét tập hợp S tất cả những người Việt Nam; gọi x là một người Việt Nam nào đó (x là một phần tử thuộc S). Xét câu:

x là nhà thơ. (x thuộc S)

Ta kí hiệu câu này là P (x).

P (x) không phải là phán đoán, vì không thể nói được nó đúng hay sai.

Ta thay *biến* x bằng một đối tượng xác định trong S, tức là bằng một người Việt Nam cụ thể (ta gọi đây là một *hằng*); thay x bằng Nguyễn Du chẳng hạn, ta được:

Nguyễn Du là nhà thơ.

Đây là một phán đoán đúng. Nếu thay x bằng Bà Trưng Trắc, ta được:

Bà Trưng Trắc là nhà thơ.

Phán đoán này sai; Bà Trưng Trắc là nhà yêu nước vĩ đại, nhưng chúng ta chưa ai biết một bài thơ nào của bà.

Ta gọi P (x) là một *hàm phán đoán.*

Hàm phán đoán được biểu đạt thành *một câu có chứa biến và trở thành phán đoán khi ta thay biến đó bằng một hằng trong một tập hợp xác định.*

Trong đại số học, *phương trình, bất phương trình* là những hàm phán đoán. Thí dụ xét phương trình trong tập hợp số nguyên:

$x + 2 = 5$. (x cộng 2 bằng 5.)

Thay $x = 1$; $x = 2$, ta được các phán đoán sai (đẳng thức sai):

$1 + 2 = 5$; $2 + 2 = 5$.

Thay $x = 3$, ta được phán đoán đúng (đẳng thức đúng):

$$3 + 2 = 5.$$

8.2- Phán đoán phổ biến

Từ hàm phán đoán

$P(x) = x$ *là nhà thơ.* (x thuộc tập hợp S tất cả người Việt Nam) có thể lập phán đoán:

(1)*Với mọi x, x là nhà thơ. (x thuộc S)*

(Mọi người Việt Nam đều là nhà thơ.)

Phán đoán (1) là sai, vì trong S có người không phải là nhà thơ, thí dụ như Bà Trưng Trắc.

Ta gọi (1) là một *phán đoán phổ biến* và kí hiệu là

$$(\forall x)\ P\ (x)$$

đọc là: *Với mọi x, P (x)*. Dấu $\forall x$ được gọi là *lượng từ phổ biến.*

Phán đoán phổ biến được phát biểu dưới nhiều dạng khác nhau trong ngôn ngữ tự nhiên, chẳng hạn như:

Người Việt nam nào cũng là nhà thơ.

Người Việt Nam nào chẳng là nhà thơ.

Ai chẳng có lòng tự trọng.

Ớt nào là ớt chẳng cay.

Cảnh nào cảnh chẳng đeo sầu. (Nguyễn Du)

8.3- Phán đoán tồn tại

Từ hàm phán đoán "*x là nhà thơ*" trên đây, còn có thể lập phán đoán:

(2)*Có x, x là nhà thơ. (x thuộc S)*

(Có người Việt Nam là nhà thơ.)

Phán đoán này là đúng; ai cũng biết có Nguyễn Du là nhà thơ.

Ta gọi đây là một *phán đoán tồn tại* và kí hiệu là

($\exists x$) P (x)

đọc là: *Có x, P (x)* hay *Có x sao cho P (x).*

" *Có x* " phải được hiểu là " *có ít nhất một x* ". Dấu $\exists x$ được gọi là *lượng từ tồn tại.*

Phán đoán tồn tại (2) thường được phát biểu dưới dạng:

Một số người Việt Nam là nhà thơ.

Chú ý rằng trong ngôn ngữ tự nhiên, các câu sau đây có thể có ý nghĩa khác nhau:

Có người Việt Nam là nhà thơ.

Có một người Việt Nam là nhà thơ.

Một số người Việt Nam là nhà thơ.

Nhiều người Việt Nam là nhà thơ.

Hầu hết người Việt Nam là nhà thơ.

Trong logic lượng trị, ta coi các câu đó đều là cách diễn đạt khác nhau của cùng một phán đoán tồn tại là

Có x, x là nhà thơ.

hay *Một số người Việt Nam là nhà thơ.*

8.4- Phủ định của phán đoán tồn tại và phán đoán phổ biến

Xét phán đoán tồn tại:

(2) *Có x, x là nhà thơ. ($\exists x$) P(x)*

Một số người Việt Nam là nhà thơ. (đ)

có phủ định là:

Không phải một số người Việt Nam là nhà thơ. (*s*)

tức là

(3) *Mọi người Việt Nam không phải là nhà thơ. (s)*

Với mọi x, x không phải là nhà thơ. $(\forall x) \sim P(x)$

Như vậy, phủ định $(\exists x)\ P(x)$ thì được $(\forall x) \sim P(x)$. Hai phán đoán $(\exists x)\ P(x)$ và $(\forall x) \sim P(x)$ là phủ định lẫn nhau.

Tương tự, xét phán đoán phổ biến

(1) *Với mọi x, x là nhà thơ.* $(\forall x)\ P(x)$

Mọi người Việt Nam đều là nhà thơ. (s)

Phủ định phán đoán này, ta có

Không phải mọi người Việt Nam đều là nhà thơ. (*đ*)

tức là

Có người Việt Nam không phải là nhà thơ.

(4) *Có x, x không phải là nhà thơ.* $(\exists x) \sim P(x)$

Như vậy, phủ định $(\forall x)\ P(x)$ thì được $(\exists x) \sim P(x)$. Hai phán đoán $(\forall x)\ P(x)$ và $(\exists x) \sim P(x)$ là phủ định lẫn nhau.

Ta có các hệ thức tương đương sau đây, được gọi là các *hệ thức De Morgan mở rộng.*

$$\sim (\forall x)\ P(x) = (\exists x) \sim P(x)$$

Không phải với mọi x, P (x)

tđlg với: *Có x, không P(x)*

$$\sim (\exists x)\ P(x) = (\forall x) \sim P(x)$$

Không phải có x, P (x)

tđlg với: *Với mọi x, không P (x)*

Trong ngôn ngữ tự nhiên, nhiều phán đoán được hiểu theo *hệ thức De Morgan mở rộng*, chẳng hạn:

Không phải ai cũng.... = có người không...

Không phải bao giờ cũng... = có lúc không...

(không phải lúc nào cũng...)

Không phải luôn luôn... = có khi không....

Thí dụ: Lời nói *không phải bao giờ cũng* bộc lộ được hết nỗi lòng ta. (Aitmatôp, [21]) = Lời nói *có khi không* bộc lộ được hết nỗi lòng ta.

8.5- Phán đoán khẳng định, phủ định chung và riêng

Trở lại phán đoán

(1) *Mọi người Việt Nam đều là nhà thơ.*

Gọi tập hợp tất cả những người Việt Nam là S,

tập hợp tất cả những nhà thơ là M.

Mỗi người Việt Nam là một phần tử thuộc S.

Mỗi nhà thơ là một phần tử thuộc M.

Vì vậy có thể viết phán đoán (1) như sau:

(1b) *Mọi phần tử thuộc S đều là phần tử thuộc M.*

Phán đoán (1b) thường được *viết gọn, viết tắt* dưới dạng:

Mọi S đều là M.

Tương tự như vậy đối với các phán đoán khác:

(2) *Một số người Việt Nam là nhà thơ.*

Một số phần tử thuộc S là thuộc M.

(Một số S là M.)

(3) *Mọi người Việt Nam đều không phải là nhà thơ.*

Mọi phần tử thuộc S đều không thuộc M.

(Mọi S đều không là M.)

(4) *Một số người Việt Nam không phải là nhà thơ.*

Một số phần tử thuộc S không thuộc M.

(Một số S không là M.)

Tóm lại, nhiều phán đoán tồn tại và phổ biến (từ hàm phán đoán đã xét) có thể đưa về một trong bốn dạng:

Mọi S đều là M, kí hiệu là S **a** M (hay A).

Một số S là M, kí hiệu là S **i** M (hay I).

Mọi S đều *không* là M, kí hiệu là S **e** M (hay E).

Một số S *không* là M, kí hiệu là S **o** M (hay O).

Người ta cũng gọi:

S **a** M (A) là phán đoán *khẳng định chung.*

S **i** M (I) là phán đoán *khẳng định riêng.*

S **e** M (E) là phán đoán *phủ định chung.*

S **o** M (O) là phán đoán *phủ định riêng.*

A và I lấy từ a*ffirmo* (khẳng định).

E và O lấy từ *nego* (phủ định).

8.6- Quan hệ giữa các phán đoán A,E,I,O

Theo điều đã trình bày ở 8.4 thì: phủ định A (S*a*M) ta được O (S*o*M), còn phủ định I (S*i*M) ta được E (S*e*M).

Không phải mọi S đều là M (~ S*a*M hay ~ A)

tđlg với *Một số S không là M* (S*o*M hay O)

~ S*a*M = S*o*M (~ A = O)

Không phải một số S là M (~ S*i*M hay ~ I)

tđlg với *Mọi S không là M* (S*e*M hay E)

~ S*i*M = S*e*M (~ I = E)

Quan hệ giữa các phán đoán trên có thể thấy rõ thêm qua thí dụ sau:

(A hay S*a*M) Mọi người đều đến họp.

(I hay S*i*M) Một số người đến họp.

(E hay S*e*M) Không ai đến họp.

(Mọi người đều không đến họp)

(O hay S*o*M) Một số người không đến họp.

Mặt khác, dễ thấy rằng:

Nếu " mọi người đều đến họp" (S*a*M đúng) thì đương nhiên là " có một số người đến họp" (tức S*i*M cũng đúng), nghĩa là S*a*M ⇒ S*i*M hay A ⇒ I. Nếu " không ai đến họp" (S*e*M đúng) thì đương nhiên là "một số người không đến họp" (tức S*o*M cũng đúng), nghĩa là S*e*M ⇒ S*o*M hay E ⇒ O. Mối quan hệ giữa bốn phán đoán A,I,E,O có thể ghi lại như sau:

$$\sim A = O$$

$$\sim I = E$$

Người ta cũng thường ghi các mối quan hệ giữa các phán đoán A,E,I,O một cách khác, dưới dạng *hình vuông logic* như sau:

Hai phán đoán A và I (E và O) được gọi là có *quan hệ lệ thuộc*, do A ⇒ I (E ⇒ O).

Hai phán đoán A (" Mọi người đều đến họp") và E ("Không ai đến họp") *có thể cùng sai, nhưng không thể đồng thời cùng đúng* (A ∧ E là phán đoán hằng sai). Người ta gọi A và E là *hai phán đoán đối chọi trên.*

Hai phán đoán I ("Một số người đến họp") và O ("Một số người không đến họp") *có thể cùng là đúng, nhưng không thể đồng thời cùng sai*. (I ∨ O là phán đoán hằng đúng). Người ta gọi I và O là hai *phán đoán đối chọi dưới*.

8.7- Hàm phán đoán của nhiều biến

P(x) là hàm phán đoán của một biến (x). Ta còn gặp các hàm phán đoán của hai biến P (x,y); hàm phán đoán của ba biến P (x,y,z) v.v...

Thí dụ:

P(x,y): x là cha của y. (x,y là người)

x lớn hơn y. (x,y là các số nguyên)

P(x,y,z): x và y đẻ ra z. (x,y,z là người)

$x + y = z$. (x,y,z là các số nguyên)

Từ các hàm phán đoán này, ta có được phán đoán bằng cách thay các biến x,y,z bằng các hằng trong tập hợp đã xác định. Ta có thể lập phán đoán bằng cách sử dụng nhiều lần các lượng từ. Thí dụ:

P (x,y): x là cha của y.

($\exists x$)($\exists y$)P(x,y): Có x, có y sao cho x là cha của y. (tức là: "Có một người là cha của một người khác ", phán đoán đúng)

($\exists x$) ($\forall y$) P (x,y): Có x sao cho với mọi y, x là cha của y . (tức là: "Có người là cha của tất cả những người khác", phán đoán sai)

($\forall y$) ($\exists x$) P (x, y): Với mọi y, có x sao cho x là cha của y. (tức là: " Mọi người đều có cha ", phán đoán đúng).

BÀI TẬP

1.19- Cho phán đoán:

Trong hội nghị có người tán thành ý kiến ấy.

Nếu phán đoán này đúng thì trong các phán đoán sau đây, phán đoán nào đúng, phán đoán nào sai:

a) Trong hội nghị rất nhiều người tán thành ý kiến ấy.

b) Trong hội nghị chỉ có một người tán thành ý kiến ấy.

c) Trong hội nghị không phải ai cũng không tán thành ý kiến ấy.

d) Trong hội nghị không phải không có người tán thành ý kiến ấy.

e) Trong hội nghị không phải có người không tán thành ý kiến ấy.

g) Trong hội nghị không phải không có người không tán thành ý kiến ấy.

1.20- Viết các phán đoán sau đây và phủ định của chúng dưới dạng SaM, SeM, SiM, SoM theo mẫu sau:

Một số loài nấm có chất độc.

Một số loài nấm là loài có chất độc.

Một số S là M. (SiM)

Phủ định:

Mọi S không là M. (SeM)

a) Một số loài thực vật là nấm.

b) Có một con quạ có lông màu trắng.

c) Có những cây lâu năm chỉ ra hoa một lần.

d) Tất cả các chất khí đều không dẫn điện.

e) Không ít sinh viên không chăm học.

g) Ở hiền gặp lành.

h) Không có việc gì khó.

1.21- " Vừa nói vừa làm điệu bộ, tay áo anh quệt đổ lọ dấm. Dấm chảy lênh láng trên khăn trải bàn, nhưng trừ tôi, hình như không ai trông thấy cả.(...) *Cổ giáo dục tốt không phải là người không đánh đổ dấm lên khăn trải bàn, mà là người không thấy người khác đánh đổ. (A. Tsêkhôp, [25], tr. 35)*

Hãy viết đoạn văn in nghiêng trên đây dưới dạng kí hiệu. Theo đoạn văn này thì người không đánh đổ dấm lên khăn trải bàn là người có giáo dục tốt hay không? Còn người đánh đổ dấm thì sao?

1.22- Gọi P (x,y) là hàm phán đoán"x cao hơn y" (x, y là học sinh trong một lớp học N). Hãy phát biểu thành lời các phán đoán sau đây: $(\forall x)(\forall y)P(x,y)$; $(\exists x)(\exists y)P(x,y)$; $(\exists x)(\forall y)P(x,y)$; $(\forall x)(\exists y)P(x,y)$; $(\forall y)(\exists x)P(x,y)$.

CHƯƠNG 2

SUY LUẬN DIỄN DỊCH

1- SUY LUẬN

1.1 - Suy luận là rút ra phán đoán mới từ một hay nhiều phán đoán đã có. Phán đoán đã có được gọi là *tiền đề*, phán đoán mới được gọi là *kết luận* của suy luận .

Lấy một thí dụ. Bạn đang làm việc khuya với một chiếc đèn bàn. Bỗng nhiên đèn tắt và nhà tối om. Bạn đứng dậy, bật một đèn khác trong nhà: đèn ấy sáng. Bạn quay lại xem xét chiếc đèn bàn, chắc là có trục trặc gì ở đèn này (cháy bóng, công tắc hỏng...). Hành động đó của bạn đã dựa trên một suy luận đại để như sau :

Điện bị cúp hoặc là đèn bàn hỏng.

Nhưng điện không bị cúp.

Vậy : Đèn bàn hỏng .

1.2 - Trên đây là một thí dụ về **suy luận diễn dịch** (hay **suy diễn**), là suy luận theo những quy tắc tổng quát, xác định rằng *nếu các tiền đề là đúng thì kết luận rút ra cũng phải đúng.*

Suy luận nghe có lí (như qui nạp tương tự) không theo một

quy tắc tổng quát nào để từ những tiền đề đã có rút ra được một kết luận xác định ; nếu các tiền đề là đúng thì kết luận rút ra *có ít nhiều khả năng đúng*, kết luận đó *có thể đúng mà cũng có thể sai* .

Lấy một thí dụ. Trong một câu chuyện vui truyền hình "Thủ phạm là ai ?", ông D bị mất chiếc xe đạp và ông nghi ngay là anh N hàng xóm lấy. Ông D đã suy luận như thế này :

(a) Trong xóm này đã nhiều lần bị mất trộm .

(b) Anh N đã là thủ phạm của các vụ mất đó và đã từng bị tù về tội ăn trộm.

(c) Lần này tôi mất xe đạp .

Vậy thủ phạm không ai khác là anh N .

Nghĩ như vậy, *nghe có vẻ có lí* ; tuy nhiên, ba tiền đề (a), (b), (c) chỉ có thể là cái cớ để ông D *nghi ngờ* đối với anh N, chứ đâu có thể là các căn cứ để kết luận chính xác rằng thủ phạm là anh N. Trong cuộc sống, nhiều người đã gặp những tình huống tương tự, nhiều khi nghi ngờ được xác minh là đúng, nhưng không ít trường hợp ta đã nghi oan, có lúc đưa đến hậu quả rất tai hại. Theo câu chuyện truyền hình thì trong trường hợp này, kết luận của ông D là sai (chiếc xe đạp của ông do con ông lấy bán để tiêu xài !).

Trong tài liệu này chúng ta chỉ nghiên cứu về suy luận diễn dịch (suy diễn).

2- PHÉP SUY DIỄN TỪ MỘT TIỀN ĐỀ

2.1- Cho **A** và **B** là hai phán đoán phức hợp. Nếu ta phát biểu phán đoán:

$$A \Rightarrow B$$ (Từ **A** suy ra **B**)

tức là ta đã suy luận từ *tiền đề* **A** để có *kết luận* **B**. Người ta cũng thường viết suy luận này dưới dạng sơ đồ

$$\frac{A}{B}$$

(đọc: Có A, vậy có B.)

Trong trường hợp $A \Rightarrow B$ *là hằng đúng* (luôn đúng, bất kể các phán đoán thành phần của A và B lấy giá trị gì) thì ta có một *phép suy diễn* (hay *phép suy luận hợp logic*), với *quy tắc suy diễn* là $A \Rightarrow B$. Ta nói B là *kết luận logic* của A.

Nếu $A \Rightarrow B$ không hằng đúng, tức là có thể chỉ ra một trường hợp A đúng mà B sai, thì phép suy luận là không hợp logic, B không phải là kết luận logic của A.

Thí dụ 1- Suy luận sau đây là hợp logic:

Nếu trời mưa thì đường ướt. (A)

Nếu đường không ướt thì trời không mưa. (B)

Phán đoán A có dạng $P \Rightarrow Q$, phán đoán B có dạng $\sim Q \Rightarrow \sim P$, là phản đảo của A (xem 6.3, ch. I), hai phán đoán là tương đương logic, do đó khi A đúng thì B cũng đúng, $A \Rightarrow B$ là hằng đúng.

Thí dụ 2- Suy luận sau đây không hợp logic:

Nếu trời mưa thì đường ướt. (A)

Nếu đường ướt thì trời mưa. (B)

Phán đoán B là đảo của A (xem 6.2, ch. I), có thể chỉ ra trường hợp A đúng mà B sai, do đó $A \Rightarrow B$ không là hằng đúng. B không thể là kết luận logic của A.

2.2- Một số quy tắc suy diễn từ một tiền đề

2.2.1- Nếu $A = B$ (A và B luôn có cùng giá trị chân lí) thì $B \Rightarrow A$ cũng như $A \Rightarrow B$ luôn đúng và ta có hai quy tắc suy diễn:

$$\frac{A}{B} \text{ và } \frac{B}{A}$$

Ta có các trường hợp quan trọng sau đây:

a) Hệ thức De Morgan: $\sim(P \wedge Q) = \sim P \vee \sim Q$

cho hai quy tắc:

$$\frac{\sim(P \wedge Q)}{\sim P \vee \sim Q} \qquad \frac{\sim P \vee \sim Q}{\sim(P \wedge Q)}$$

Hệ thức De Morgan: $\sim(P \vee Q) = \sim P \wedge \sim Q$

cho hai quy tắc:

$$\frac{\sim(P \vee Q)}{\sim P \wedge \sim Q} \qquad \frac{\sim P \wedge \sim Q}{\sim(P \vee Q)}$$

b) Hệ thức tương đương giữa hai phán đoán phản đảo của nhau:

$$P \Rightarrow Q = \sim Q \Rightarrow \sim P$$

cho hai quy tắc:

$$\frac{P \Rightarrow Q}{\sim Q \Rightarrow \sim P} \qquad \frac{\sim Q \Rightarrow \sim P}{P \Rightarrow Q}$$

Thí dụ: Không hiệp ý thì đã chẳng đến đây; *đã đến đây tức là không ai không hiệp ý.*

(*Hoàng Lê Nhất thống chí, dẫn theo [1], tr 27*)

Phán đoán in nghiêng (do tôi, *H. Chúng*) là phản đảo của phán đoán trước đó.

Mẹ tôi mua một số, đứng tên con mình. Số ấy trúng.

- Con thấy không, người nhân đức bao giờ cũng được đền bù.

- Thế những người không trúng số thì sao?

- Ý Chúa vô cùng, biết sao được...

(Juyn Valex, dẫn theo [1], tr.44)

Từ phán đoán của người mẹ "Nếu là người nhân đức thì được đền bù (trúng số), người con suy ra phán đoán phản đảo: "Nếu không trúng số thì không phải là người nhân đức". Người con đã dùng phần đầu của phán đoán phản đảo nầy để hỏi lại mẹ; bà mẹ không giải thích được, phải nhờ đến Chúa.

c) Ta có thể chứng minh một hệ thức tương đương quan trọng khác:

$$P \Rightarrow Q \;=\; \sim P \vee Q$$

Dùng hệ thức De Morgan ta lại có:

$$\sim P \vee Q \;=\; \sim (P \wedge \sim Q)$$

Thay P bởi $\sim$ P, chú ý rằng $\sim (\sim P) = P$, ta được:

$$P \vee Q \;=\; \sim P \Rightarrow Q.$$

Do đó ta có:

$$\boxed{\begin{aligned} P \Rightarrow Q &= \sim P \vee Q \;=\; \sim (P \wedge \sim Q) \\ P \vee Q &= \sim P \Rightarrow Q = \sim (\sim P \wedge \sim Q) \end{aligned}}$$

Dùng các hệ thức tương đương trên, ta suy ra *các cách phát biểu khác nhau của một phán đoán có dạng* $P \Rightarrow Q$ *hoặc* $P \vee Q$.

Thí dụ 1:

(Số cô có vợ có chồng,)

(1) *Sinh con đầu lòng chẳng gái thì trai.*

Gọi: P = Cô sinh con đầu lòng là gái.

Q = Cô sinh con đầu lòng là trai.

Phán đoán (1) có dạng $\sim P \Rightarrow Q$, có nghĩa là

(1a) *Sinh con đầu lòng là gái hoặc trai.* ($P \vee Q$)

Thí dụ 2:

Một công ti đóng tàu ở Úc đưa ra phán đoán:

(2) *Chúng ta tiến lên hay là (chúng ta) chết.*

Gọi: P = Chúng ta tiến lên.

Q = Chúng ta chết. ~ Q = Chúng ta không chết (sống).

Phán đoán (2) có dạng P ∨ Q và có thể phát biểu dưới các dạng khác:

(2a) *Nếu chúng ta không tiến lên thì chúng ta chết.*
$(\sim P \Rightarrow Q)$

(2b) *Muốn sống chúng ta phải tiến lên.*$(\sim Q \Rightarrow P)$

(2c) *Chúng ta không thể không tiến lên mà sống được.*
$\sim (\sim P \wedge \sim Q)$

(2d) *Chúng ta không thể sống mà không tiến lên.*
$\sim (\sim Q \wedge \sim P)$

Hệ thức tương đương

$$P \Rightarrow Q \;=\; \sim P \vee Q$$

có thể chứng minh bằng cách lập bảng chân lí, dựa vào bảng chân lí của các phép phủ định, kéo theo và tuyển, như sau:

P	đ	đ	s	s
Q	đ	s	đ	s
~ P	s	s	đ	đ
P ⇒ Q	đ	s	đ	đ
~ P ∨ Q	đ	s	đ	đ

Ta thấy P ⇒ Q và ~ P ∨ Q luôn có cùng giá trị chân lí.

2.2.2- Với các phán đoán khẳng định, phủ định chung, riêng, ta đã thấy (xem 7.6, ch.I):

A ⇒ I và E ⇒ O, nghĩa là ta có hai quy tắc

$$\frac{\text{S a M}}{\text{S i M}} \quad \text{và} \quad \frac{\text{S e M}}{\text{S o M}}$$

Mặt khác, dễ thấy rằng S*i*M ⇒ M*i*S và S*e*M ⇒ M*e*S, nghĩa là

$$\frac{\text{S i M}}{\text{M i S}} \quad \text{và} \quad \frac{\text{S e M}}{\text{M e S}}$$

Từ phán đoán khẳng định riêng:

Một số sinh viên là nhà thơ. (S*i*M)

ta suy ra phán đoán khẳng định riêng khác là:

Một số nhà thơ là sinh viên. (M*i*S)

Từ phán đoán phủ định chung:

Không ai trong lớp này tán thành điều đó.(S*e*M)

ta suy ra phán đoán phủ định chung khác:

Không ai tán thành điều đó là người ở lớp này. (M*e*S)

2.2.3- Trong các sách logic học, thường dẫn ra suy luận sau đây:

(A) *Hễ là người thì ai cũng phải chết.*

(B) *Socrate là người thì Socrate phải chết.*

Để thấy rõ quy tắc suy diễn này, ta xét hàm phán đoán:

P(x) = Nếu x là người thì x phải chết.

Phán đoán (A) là phán đoán phổ biến, được lập từ P(x):

$(\forall x)$P(x) = Với mọi x, nếu x là người thì x phải chết.

Phán đoán phổ biến này đúng, do đó thay x trong P(x) bằng bất

cứ một người a cụ thể nào ta đều được một phán đoán đúng. Thay x bằng Socrate, ta được phán đoán (B).

Quy tắc suy diễn ở đây là: *Nếu một phán đoán là đúng với mọi phần tử thuộc một tập hợp nào đó thì phán đoán là đúng với một phần tử bất kì thuộc tập hợp ấy.*

Quy tắc được viết dưới dạng:

$$\frac{(\forall x)P(x)}{P(a)}$$

Quy tắc này được sử dụng thường xuyên:

$$\frac{\textit{Nếu là kim loại thì dẫn điện.}}{\textit{Nếu sắt là kim loại thì sắt dẫn điện.}}$$

$$\frac{\textit{Mọi nhà đều có chủ.}}{\textit{Nhà này có chủ.}}$$

3- PHÉP SUY DIỄN TỪ NIIIỀU TIỀN ĐỀ

Ta xét phép suy luận từ hai tiền đề; trường hợp suy luận từ nhiều tiền đề hơn được xét tương tự.

Nếu từ hai phán đoán A, B (tiền đề) ta rút ra phán đoán C (kết luận), thì ta nói rằng ta đã suy luận theo *sơ đồ(cấu trúc)*

Có A

và có B

Vậy có C

Sơ đồ này thường được viết dưới dạng

$$\begin{matrix}\text{A}\\ \text{B}\\ \hline \text{C}\end{matrix} \quad \text{hay} \quad \frac{\text{A , B}}{\text{C}}$$

đọc : A và B, vậy C)

Có hai trường hợp :

1) **Suy luận hợp logic**, khi nào phán đoán

Nếu có A và có B thì có C

$$A \wedge B \Rightarrow C$$

là phán đoán hằng đúng (luôn luôn đúng; bất kể các phán đoán thành phần P, Q...lấy giá trị gì), nghĩa là: **khi nào cả A lẫn B đúng thì C cũng đúng.** Lúc đó **C là kết luận logic của hai tiền đề A, B** và ta có **quy tắc suy diễn:**

$$\frac{\begin{array}{c}A\\B\end{array}}{C}$$

2) **Suy luận không hợp logic**, khi nào phán đoán

Nếu có A và có B thì có C

$$A \wedge B \Rightarrow C$$

không luôn luôn đúng, nghĩa là **có thể chỉ ra trường hợp cả A lẫn B cùng đúng mà C lại sai.**

Thí dụ 1: Trở lại câu chuyện ở 1.1 . Ta xuất phát từ hai tiền đề :

A = Điện bị cắt hoặc đèn bàn hỏng.

B = Điện không bị cắt.

Ta kí hiệu : *Điện bị cắt* là phán đoán P.

Đèn bàn hỏng là phán đoán Q.

Thế thì **A** có dạng: P hoặc Q ($P \vee Q$)

B có dạng: Không P ($\sim P$)

và bạn đã suy luận theo *sơ đồ (cấu trúc)*

$$\begin{array}{ll} P \vee Q & (A) \\ \sim P & (B) \\ \hline Q & (C) \end{array}$$

Để trả lời câu hỏi: suy luận như thế này có hợp logic không, đây có phải là một quy tắc suy diễn không, ta xét trường hợp *cả A lẫn B cùng đúng:*

B đúng, tức là ~ P đúng, vậy P sai.

A đúng, tức P ∨ Q đúng; mà P đã sai thì theo định nghĩa của phép tuyển, Q phải đúng (tức C đúng).

Vậy: khi cả hai tiền đề (P ∨ Q và ~ P) đều đúng thì kết luận (Q) cũng đúng, tức Q là kết luận logic của hai tiền đề P ∨ Q và ~ P. Suy luận là hợp logic, theo quy tắc suy diễn là

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \sim P \\ \hline Q \end{array}$$

Thí dụ 2: Cũng trong tình huống đèn bàn bị hỏng như trong 1.1. Nhưng lần này bạn bật tất cả các đèn khác trong nhà mà không một đèn nào sáng. Bạn nghĩ: thế là điện vào nhà bạn đã bị cúp và yên tâm rằng đèn bàn không hỏng. Như vậy, bạn đã suy luận như sau:

A = *Điện bị cắt hoặc đèn bàn hỏng.*

B = *Điện bị cắt.*

Vậy C = *Đèn bàn không bị hỏng.*

Bạn đã suy luận theo *sơ đồ(cấu trúc)*

$$\begin{array}{ll} P \vee Q & (A) \\ P & (B) \\ \hline \sim Q & (C) \end{array}$$

Đây có phải là một quy tắc suy diễn không ?

Xét khi *cả A lẫn B cùng đúng:*

B đúng, tức P đúng

A đúng, tức P ∨ Q đúng, mà P đã đúng thì (theo định nghĩa của phép tuyển) Q có thể đúng mà cũng có thể sai, do đó ~ Q *có thể sai hay đúng* .

Như vậy, *có khi cả hai tiền đề (P ∨ Q và P) đều đúng, mà kết luận (~ Q) lại sai* (khi P = đ và Q = đ), do đó ~ Q không phải là kết luận logic từ hai tiền đề P ∨ Q và P. Trong trường hợp này, nếu bạn cho rằng đèn bàn của bạn không bị hỏng, thì bạn đã *suy luận không hợp logic*. Biết đâu đèn của bạn bị hỏng đồng thời với điện bị cúp !

4- NHỮNG QUY TẮC SUY DIỄN QUAN TRỌNG TỪ NHIỀU TIỀN ĐỀ

4.1- Quy tắc modus ponens

$$\begin{array}{ll} P \Rightarrow Q & (A) \\ P & (B) \\ \hline Q & (C) \end{array}$$

Đây là một quy tắc suy diễn : khi $P \Rightarrow Q$ đúng, và P đúng thì theo định nghĩa của phép kéo theo (bảng 7.1), Q cũng phải đúng; vậy Q là kết luận logic của hai tiền đề $P \Rightarrow Q$ và P .

Trong sinh hoạt, trong khoa học, ta thường xuyên sử dụng quy tắc suy diễn này.

Thí dụ: Vào mùa đông, mọi người ở miền Bắc nước ta đều biết rằng :

Nếu có gió mùa đông bắc thì trời lạnh.

Vì vậy, khi nghe thông báo: " Chiều nay có gió mùa đông bắc ", người ta nghĩ ngay rằng: " trời sẽ lạnh ", tức là đã suy luận theo quy tắc modus ponens như sau.

Nếu có gió mùa đông bắc thì trời lạnh.	$P \Rightarrow Q$
Có gió mùa đông bắc.	P
Trời lạnh.	Q

Chú ý rằng trong suy luận, người ta có thể *đảo thứ tự của hai tiền đề*. Trong thí dụ trên, chúng ta thường nói: " Có gió mùa đông bắc. Mà có gió mùa đông bắc thì trời lạnh. Vậy trời lạnh ".

4.2- Quy tắc modus tollens

$$\frac{P \Rightarrow Q \quad (A) \qquad \sim Q \quad (B)}{\sim P, \quad (C)}$$

Khi $P \Rightarrow Q$ đúng và $\sim Q$ đúng, tức Q sai, thì P cũng phải sai (theo định nghĩa của $P \Rightarrow Q$), tức là $\sim P$ đúng. Vậy $\sim P$ là kết luận logic của hai tiền đề $P \Rightarrow Q$ và $\sim Q$.

Thí dụ: Suy luận sau dây là hợp logic:

An không được thưởng. Nếu nó học giỏi thì nó đã được thưởng rồi. Vậy là : nó học không giỏi.

Ta đã suy luận theo quy tắc modus tollens, với

P = An học giỏi.

Q = An được thưởng.

Nếu An học giỏi thì An được thưởng.
An không được thưởng.
An học không giỏi.

$$\frac{P \Rightarrow Q \qquad \sim Q}{\sim P}$$

4.3- Quy tắc lựa chọn

$$\frac{P \vee Q \qquad (A) \qquad\qquad \sim P \qquad (B)}{Q \qquad\qquad (C)}$$

(xem 3, thí dụ 1)

Ta cũng có *quy tắc lựa chọn từ ba tiền đề:*

$$\frac{P \vee Q \vee R \qquad \sim P \qquad \sim Q}{R}$$

Trong các quy tắc lựa chọn này, phép tuyển không chặt (dấu $\vee$) có thể thay bằng phép tuyển chặt (dấu +) (xem 4.3, ch.I).

$$\frac{P + Q + R \qquad \sim P \qquad \sim Q}{R}$$

Ai là vua ?

Nghe đồn hôm nay có vua đi chơi, anh nông dân ra đứng đợi bên đường.

Chờ một hồi lâu, thấy có người cỡi ngựa đi đến,anh nông dân hỏi người cỡi ngựa:

- Sao không thấy vua đi, hả anh ?

Người cỡi ngựa ghìm ngựa lại, nói với anh nông dân:

- Có muốn thấy vua thì leo lên ngựa, ngồi sau lưng ta đây.

Người nông dân nghe theo lời.

Đi một đỗi, người chủ ngựa nói với anh nông dân:

- Đây có ba đứa mình. Có một đứa là vua. Anh đoán coi ai.

Anh nông dân đáp tỉnh khô:

- Con ngựa, con ngọ thì không phải là vua rồi. Còn tôi, tôi biết, cũng không phải là vua. Vậy vua thì là anh. Mà nếu quả thật anh là vua thì con ngựa và tôi là tôi và con ngựa.

(Dẫn theo [6], tr.197)

Trong câu chuyện trên đây, anh nông dân đã dùng quy tắc lựa chọn:

Con ngựa là vua hoặc tôi là vua hoặc anh là vua.

	$P + Q + R$
Con ngựa không phải là vua.	$\sim P$
Tôi không phải là vua.	$\sim Q$
Anh là vua.	R

4.4- Quy tắc bắc cầu của phép kéo theo

$$\frac{P \Rightarrow Q \quad (A) \qquad Q \Rightarrow R \quad (B)}{P \Rightarrow R \quad (C)}$$

Thí dụ:

Nếu chúng ta đoàn kết thì chúng ta mạnh.
Nếu chúng ta mạnh *thì chúng ta đánh thắng mọi kẻ thù.*

Nếu chúng ta đoàn kết thì chúng ta đánh thắng mọi kẻ thù.

Suy luận này theo quy tắc *bắc cầu của phép kéo theo* với

P = Chúng ta đoàn kết.

Q = Chúng ta mạnh.

R = Chúng ta đánh thắng mọi kẻ thù.

Chú ý rằng các tiền đề và kết luận thường có dạng :

(**A**) Muốn có P phải có Q. (~ Q ⇒ ~ P tức P ⇒ Q)

(**B**) Muốn có Q phải có R. (~ R ⇒ ~ Q tức Q ⇒ R)

(**C**) Muốn có P phải có R. (~ R ⇒ ~ P tức P ⇒ R)

Thí dụ:

Muốn đánh thắng mọi kẻ thù thì chúng ta phải mạnh.

Muốn có sức mạnh chúng ta phải đoàn kết.

Muốn đánh thắng mọi kẻ thù chúng ta phải đoàn kết.

Ta cũng có *quy tắc bắc cầu của phép kéo theo với ba tiền đề:*

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ Q \Rightarrow R \\ R \Rightarrow S \\ \hline P \Rightarrow S \end{array}$$

Quy tắc bắc cầu của phép kéo theo có thể chứng minh bằng cách lập bảng chân lí. Cách chứng minh sau dây đơn giản hơn.

Giả sử cả hai tiền đề P ⇒ Q và Q ⇒ R đều đúng.

Xét hai trường hợp có thể xảy ra:

1) P đúng. Vậy Q đúng (do P ⇒ Q đúng), mà Q đúng thì R đúng do Q ⇒ R đúng , do đó P ⇒ R đúng.

2) P sai. Lúc đó, theo định nghĩa của phép kéo theo, P ⇒ R luôn đúng.

Như vậy, trong mọi trường hợp, khi cả hai tiền đề đều đúng thì kết luận P ⇒ R cũng đúng, tức P ⇒ R là kết luận logic của hai tiền đề đã cho.

Chú ý: Có thể thấy rằng *mỗi quy tắc suy diễn là một luật logic* (xem mục 5, ch.I).

Thí dụ ta có các luật logic sau đây:

$\sim (P \wedge Q) \Rightarrow \sim P \vee \sim Q$ (quy tắc suy từ hệ thức De Morgan)

$(P \Rightarrow Q) \wedge P \Rightarrow Q$ (quy tắc modus ponens)

$(P \Rightarrow Q) \wedge \sim Q \Rightarrow \sim P$ (quy tắc modus tollens)

5- PHÉP TAM ĐOẠN LUẬN VỚI CÁC TIỀN ĐỀ CÓ DẠNG A,E,I,O

5.1- Trong logic truyền thống của Aristote, người ta xét kĩ các phép tam đoạn luận (suy luận ba đoạn) mà hai tiền đề cũng như kết luận đều có dạng A, E, I hoặc O.

Thí dụ- Xét suy luận từ hai tiền đề:

(1) *Mọi người yêu nước đều yêu hòa bình.*

(2) *Mọi người Việt Nam đều yêu nước.*

Gọi: M là tập hợp người yêu nước.

P là tập hợp người yêu hòa bình.

S là tập hợp người Việt Nam.

Các tiền đề có dạng:

(1) *Mọi M đều là P* (M*a*P). (Mọi phần tử thuộc M đều thuộc P)

(2) *Mọi S đều là M* (S*a*M). (Mọi phần tử thuộc S đều thuộc M)

Theo (1) thì M là bộ phận của P,

Theo (2) thì S là bộ phận của M.

Từ đó suy ra S là bộ phận của P,

tức là : *Mọi S đều là P* (S*a*P). (Mọi phần tử thuộc S đều thuộc P)

(*Mọi người Việt Nam đều yêu hòa bình.*)

Ta có qui tắc suy diễn:

$$\frac{\begin{array}{c} M\ a\ P \\ S\ a\ M \end{array}}{S\ a\ P}$$

Trong mọi phép tam đoạn luận, đều có *ba thuật ngữ (khái niệm)*, ứng với ba tập hợp. Một thuật ngữ, được gọi là *thuật ngữ giữa* (trong thí dụ trên là M), có mặt trong cả hai tiền đề, và không có mặt trong kết luận; kết luận nêu lên quan hệ (nếu có) giữa hai thuật ngữ kia (S và P).

Có nhiều phương pháp xem xét một phép tam đoạn luận dạng này có hợp logic hay không. Sau đây là một phương pháp tương đối đơn giản, dùng *sơ đồ Venn* để biểu diễn các phán đoán có dạng A, E, I, O.

5.2- Biểu diễn phán đoán dạng A, E, I, O bằng sơ đồ Venn

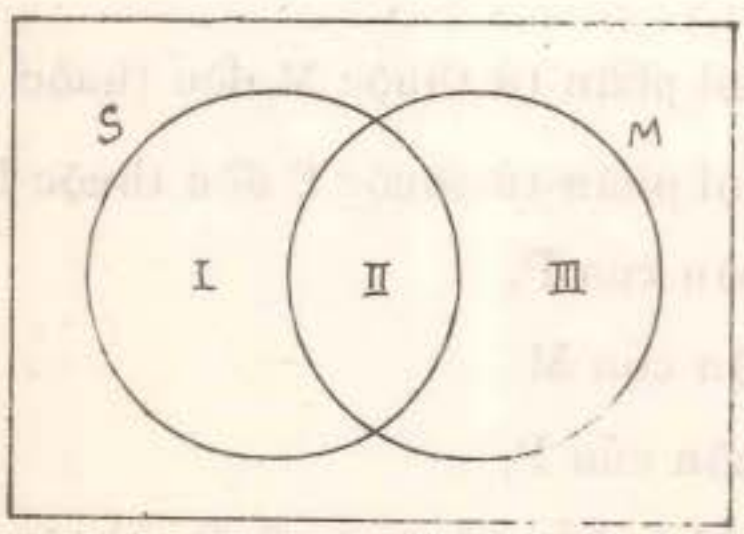
Xét các phán đoán

(1) *Mọi sinh viên đều mê bóng đá.*

(2) *Một số sinh viên mê bóng đá.*

(3) *Mọi sinh viên đều không mê bóng đá.*

(4) *Một số sinh viên không mê bóng đá.*



Hình 5.2

Gọi S là tập hợp sinh viên,

M là tập hợp những người mê bóng đá.

Ta hình dung hai vòng tròn giao nhau như hình 5.2: vòng tròn S chứa tất cả sinh viên và vòng tròn M chứa tất cả những người mê bóng đá.

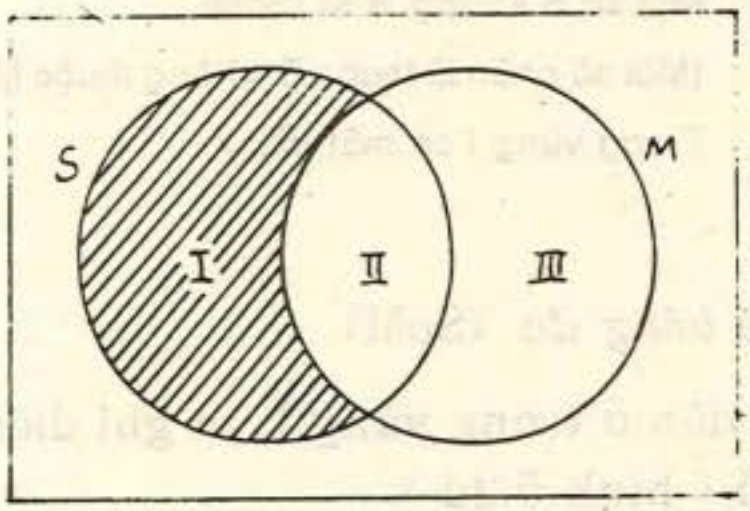
Phần bên trong của hai

vòng tròn S và M gồm ba vùng: vùng I thuộc S nhưng ở ngoài M (chứa tất cả những sinh viên không mê bóng đá), vùng II vừa thuộc S vừa thuộc M (chứa tất cả sinh viên mê bóng đá) và vùng III thuộc M nhưng không thuộc S (chứa tất cả những người mê bóng đá mà không phải là sinh viên).

Nếu phán đoán

(1) *Mọi sinh viên đều mê bóng đá.* (SaM)

là đúng thì không thể có sinh viên nào ở trong vùng I được, vùng I là rỗng (không chứa phần tử nào), ta gạch chéo vùng này như trong hình 5.2a.

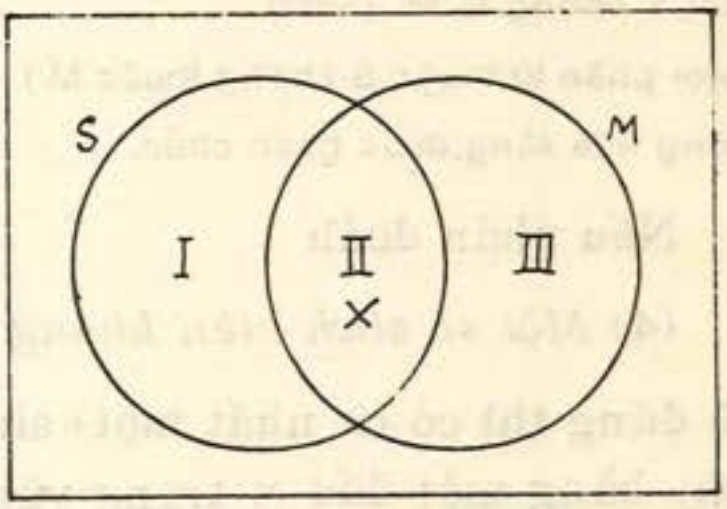


Hình 5.2a

Mọi S đều là M.(SaM)

(Mọi phần tử thuộc S đều thuộc M.)

Vùng I là rỗng, được gạch chéo.



Hình 5.2b

Một số S là M.(SiM)

(Một số phần tử thuộc S là thuộc M.)

Trong vùng II có một dấu x.

Nếu phán đoán

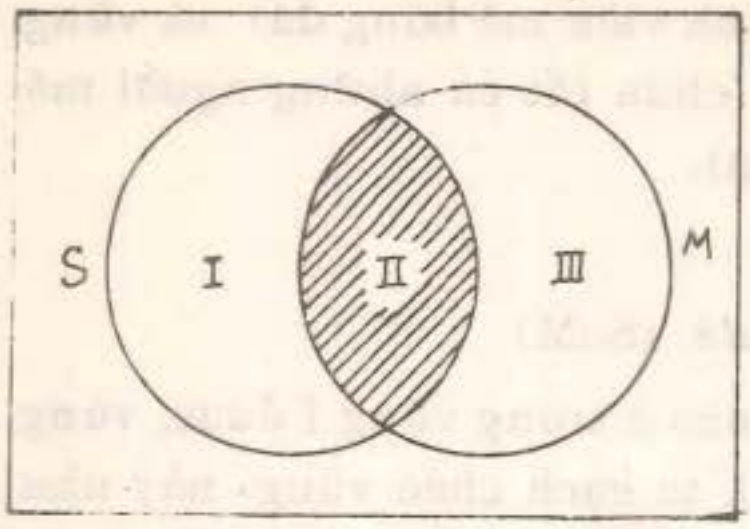
(2) *Một số sinh viên mê bóng đá.* (SiM)

là đúng thì có (ít nhất một) sinh viên ở trong vùng II, ta ghi điều này bằng một dấu × trong vùng II (hình 5.2b).

Nếu phán đoán

(3) *Mọi sinh viên đều không mê bóng đá.* (SeM)

là đúng thì không thể có sinh viên nào trong vùng II được, vùng II là rỗng và ta gạch chéo vùng này như trong hình 5.2c.

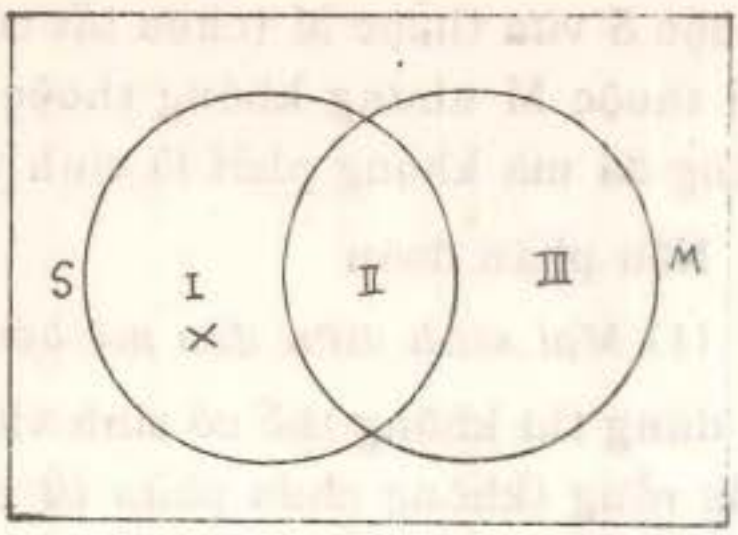


Hình 5.2c

Mọi S không là M. (SeM)

(Mọi phần tử thuộc S không thuộc M.)

Vùng II là rỗng, được gạch chéo.



Hình 5.2d

Một số S không là M.(SoM)

(Một số phần tử thuộc S không thuộc M.)

Trong vùng I có một dấu x.

Nếu phán đoán

(4) *Một số sinh viên không mê bóng đá.* (SoM)

là đúng thì có (ít nhất một) sinh viên ở trong vùng I, ta ghi điều này bằng một dấu × trong vùng I (hình 5.2d).

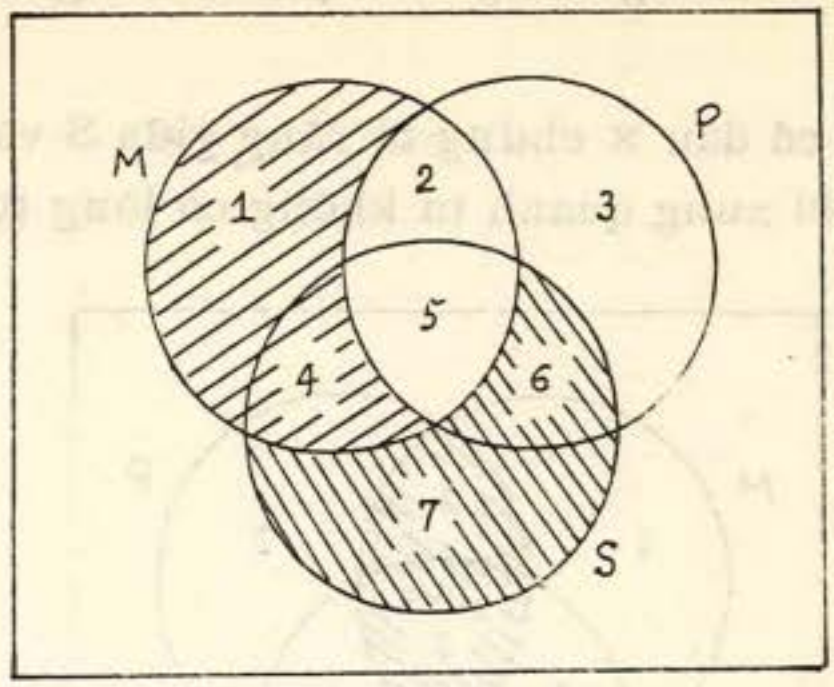
Chú ý- Các hình vẽ trên chính là cách biểu diễn quan hệ giữa hai tập hợp S và M, *khác với cách biểu diễn thường được dùng trong sách giáo khoa về toán* (Xem chẳng hạn Đại số 10, NXB Giáo dục, 1993). Cách biểu diễn này đặc biệt thuận lợi khi cần xem xét quan hệ từng đôi một giữa ba tập hợp, có mặt trong hai tiền đề có dạng A, E, I, O của một phép tam đoạn luận, giúp thấy được phép tam đoạn luận đó có hợp logic hay không.

5.3- Khảo sát các phép tam đoạn luận bằng sơ đồ Venn

Thí dụ 1- Trở lại phép tam đoạn luận từ hai tiền đề đã xét ở 5.1:

(1) *Mọi người yêu nước đều yêu hòa bình.* (MaP)

(2) *Mọi người Việt Nam đều yêu nước.* (SaM)



Hình 5.3a

Ta vẽ ba vòng tròn, tương ứng với ba tập hợp S, M, P như trong hình 5.3a. Trong các vòng tròn này, ta có tất cả 7 vùng đánh số từ 1 đến 7. Theo tiền đề (1), ta gạch chéo các vùng 1 và 4. Theo tiền đề (2), ta gạch chéo các vùng 6 và 7. Kết luận cho ta quan hệ giữa S và P. Các vùng 4 và 7 bị gạch chéo, chứng tỏ rằng S*a*P. Vậy từ hai tiền đề (1) và (2), ta có kết luận logic là:

Mọi người Việt Nam đều yêu hoà bình. (SaP)

Thí dụ 2- Xét xem phép tam đoạn luận sau đây có hợp logic không:

Không một kẻ xu nịnh nào là có lòng tự trọng.
Một số người xung quanh ta là kẻ xu nịnh.
Một số người xung quanh ta không có lòng tự trọng.

Gọi M là tập hợp những kẻ xu nịnh,

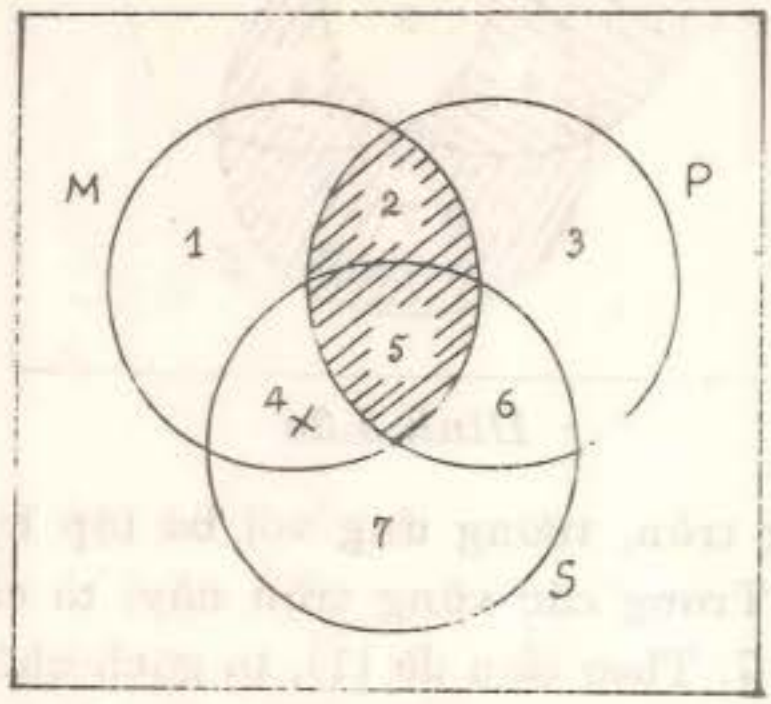
P là tập hợp những người có lòng tự trọng,

S là tập hợp những người xung quanh ta.

Vẽ ba vòng tròn M, P, S ứng với ba tập hợp trên như trong hình 5.3b. Tiền đề thứ nhất là MeP, do đó ta gạch chéo các vùng 2 và 5. Tiền đề thứ hai là SiM, do đó ta đánh dấu × trong vùng 4

(không đặt dấu × trong vùng 5 được, vì vùng này đã bị gạch chéo).

Trong vùng 4 có dấu × chứng tỏ rằng giữa S và P có quan hệ SoP (Một số người xung quanh ta không có lòng tự trọng).



Hình 5.3b

Suy luận là hợp logic, theo quy tắc

M *e* P

S *i* M

S *o* P

Thí dụ 3- Xét xem phép tam đoạn luận sau đây có hợp logic không:

Mọi người mê bóng đá đều không thích học logic học.

Mọi người mê bóng đá đều ham hoạt động

Một số người ham hoạt động không thích học logic học.

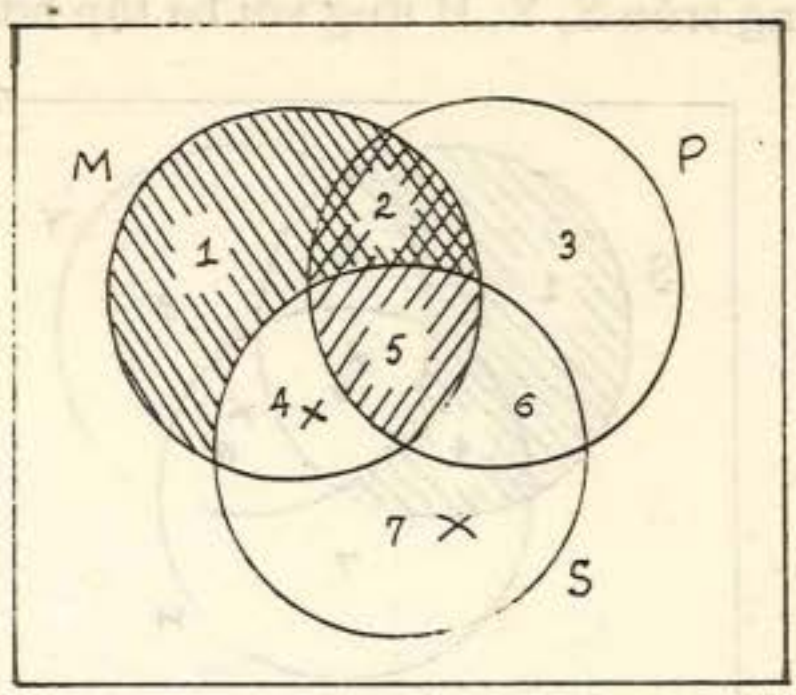
Gọi M là tập hợp tất cả những người mê bóng đá

P là tập hợp tất cả những người thích học logic học,

S là tập hợp tất cả những người ham hoạt động

Vẽ ba vòng tròn S, P, M ứng với ba tập hợp trên (hình 5.3c).

Theo tiền đề thứ nhất (M*e*P), các vùng 2 và 5 bị gạch chéo.
Theo tiền đề thứ hai (M*a*S), các vùng 1 và 2 bị gạch chéo.



Hình 5.3c

Kết luận có dạng S*o*P, tức là có dấu × trong vùng 4 hoặc 7. Điều này có thể thực hiện được, vì từ hai tiền đề đã cho, hai vùng này không bị gạch chéo. Suy luận là hợp logic, quy tắc suy luận là

M *e* P
M *a* S
S *o* P

Thí dụ 4- Suy luận sau đây có hợp logic không:

(1) Mọi sinh viên đều yêu nước.
(2) Một số người yêu nước là người ham học.
Một số người ham học là sinh viên.

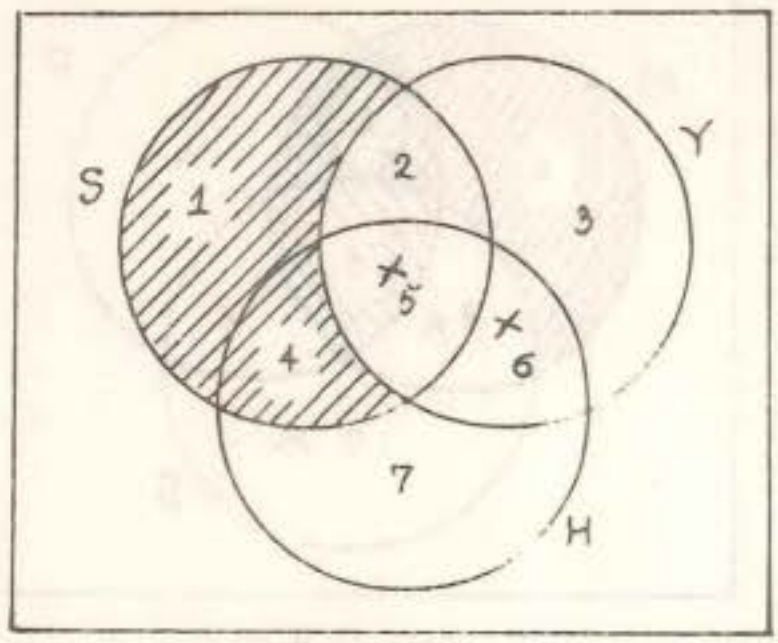
Để dễ nhớ, ta có thể gọi:

Tập hợp những sinh viên là S,

Tập hợp những người yêu nước là Y,

Tập hợp những người ham học là H.

Ta vẽ ba vòng tròn S, Y, H ứng với ba tập hợp trên (hình 5.3d)



Hình 5.3d

Tiền đề (1) có dạng S*a*Y, do đó các vùng 1 và 4 bị gạch chéo. Tiền đề (2) có dạng Y*i*H, ta đánh dấu × vào vùng 5 hoặc vùng 6. Kết luận cho ta quan hệ giữa S và H.

Nếu đặt dấu × ở vùng 5 thì ta có:

(3a) Một số người ham học là sinh viên. (HiS)

Nếu đặt dấu × ở vùng 6 thì ta không có (3a) mà có:

(3b) Một số người ham học không phải là sinh viên.(HoS)

Như vậy, khi cả hai tiền đề (1) và (2) đều đúng, thì không nhất thiết (3a) đúng. *Suy luận không hợp logic.*

Qua các thí dụ trên, ta thấy rằng:

Để xem xét một phép tam đoạn luận có hợp logic không, ta *biểu diễn hai tiền đề trên cùng một sơ đồ Venn với ba vòng tròn.* Nếu kết luận biểu diễn được trên sơ đồ này thì suy luận là hợp logic. Nếu kết luận không biểu diễn được trên sơ đồ này thì suy luận là không hợp logic.

5.4- Các quy tắc tam đoạn luận

Người ta chứng minh rằng có tất cả 19 quy tắc tam đoạn luận từ các tiền đề có dạng A, E, I, O.

Nếu quy ước gọi ba thuật ngữ trong hai tiền đề luôn là M, P, S thì ta có 4 loại hình tam đoạn luận:

Loại hình 1	Loại hình 2	Loại hình 3	Loại hình 4
M – P	P – M	M – P	P – M
S – M	S – M	M – S	M – S
S – P	S – P	S – P	S – P

Trong mỗi loại hình, có 64 cách đặt các chữ *a, e, i, o* vào các gạch ngang, vì vậy có tất cả 256 khả năng, nhưng chỉ có 19 quy tắc suy diễn, các quy tắc này được gọi tên như sau:

Loại hình 1	*Loại hình 2*
b A r b A r A	c E s A r E
c E t A r E n t	c A m E s t r E s
d A r I I	b E s t I n O
f E r I O	b A r O c O

Loại hình 3	*Loại hình 4*
d A t I s I	c A b E m E s
f E r I s O	f r E s I s O n
d I s A m I s	d I m A t I s
b O c A d O	b A m A t I p
d A r I p t I	b E s A p O
f E l A p t O n	

Thí dụ- Barbara là quy tắc có được bằng cách thay *a*, *a*, *a* vào loại hình 1 và đó là quy tắc ta đã gặp ở thí dụ 1 trong mục 5.3:

M *a* P

S *a* M

S *a* P

Ta đã gặp quy tắc *ferio* (loại hình 1) ở thí dụ 2 và quy tắc *felapton* (loại hình 3) ở thí dụ 3.

6- SUY LUẬN RÚT GỌN

6.1- Vì nhiều lí do (tiết kiệm, thói quen, tâm lí v.v...) người ta thường không trình bày đầy đủ tất cả các tiền đề và kết luận của một suy luận, không viết (nói) ra kết luận hoặc một vài tiền đề, coi như là những điều hiển ngầm, người đọc (nghe) đã *biết rõ rồi* hoặc để người đọc (nghe) *tự mình hiểu lấy*.

Thí dụ- Xét suy luận

(**A**) Nếu học giỏi thì được thưởng.

(**B**) Nó học giỏi.

(**C**) Nó được thưởng.

Người ta có thể chỉ viết (nói) :

- *Nếu học giỏi thì được thưởng. Cho nên nó được thưởng.* (lược đi tiền đề **B**).

- *Nó học giỏi. Vì vậy nó được thưởng.* (lược đi tiền đề **A**)

- *Học giỏi thì được thưởng; mà nó thì học giỏi.* (lược đi kết luận **C**)

Chúng ta thường gặp các dạng suy luận rút gọn sau đây.

6.2- Suy luận rút gọn từ các quy tắc modus ponens và modus tollens

Quy tắc modus ponens phát biểu đầy đủ phải là:

$$(A)\quad P \Rightarrow Q$$

$$(B)\quad P$$

$$(C)\qquad Q$$

Có khi người ta *lược đi kết luận (Q)*, như trong các đoạn văn sau đây.

> *Phương ngôn nói thực không sai:" Ma quỷ đến dẻ trứng vào nhà nào thì nhà ấy sinh ra một đứa con gái đẹp !" Bây giờ thì nó vào đúng nhà này rồi !"*
>
> *(F.Sinle, [24], tr.273)*

Kết luận "Nhà này sinh ra một đứa con gái đẹp" được lược đi.

> *Những người yếu đuối vẫn hay hiền lành. Muốn ác, phải là kẻ mạnh. Hắn đâu còn mạnh nữa.*
>
> *(Nam Cao, [19], tr.32)*

Suy luận ở đây là: " Nếu không phải là kẻ mạnh thì không ác được. Hắn không còn mạnh nữa." Kết luận " Hắn không ác được" đã được lược đi.

Nhiều khi người ta chỉ nói ra một tiền đề $P \Rightarrow Q$, còn *tiền đề P và kết luận Q đều được lược đi.*

> *Bao giờ cây lúa còn bông*
> *Thì còn ngọn cỏ ngoài đồng trâu ăn. (Ca dao)*

"Bao giờ (nếu) P thì Q." Mà có P, cho nên có Q. Tiền đề P cũng như kết luận Q đã được lược đi.

> *Chừng nào đá nổi vông chìm,*
> *Muối chua chanh mặn mới tìm được nhau. (Ca dao)*

Câu này có dạng:" Có P mới có Q", tức là "Nếu không có P thì không có Q." Mà P không có được, vì vậy cũng không có Q được.

Ta đọc câu chuyện vui sau dây.

Một lần, một nhà văn nổi tiếng nhận được một bức thư "cầu hôn" của một cô gái, trong đó viết :

"...Em tưởng tượng các đứa con sau này của chúng ta sẽ tuyệt vời biết bao, vì chúng có trí thông minh của anh và sắc đẹp của em."

Nhà văn đã trả lời:

"...Tôi rất lo lắng cho những đứa con bất hạnh, nếu chẳng may chúng có sắc đẹp của tôi và trí thông minh của cô".

Các đoạn thư đều là những suy luận rút gọn, tác giả đã không viết ra một số tiền đề và cả kết luận, là những điều mà người đọc dễ dàng nhận thấy. Nếu viết đầy đủ thì phải là :

"Nếu anh thông minh và em đẹp thì các con của chúng ta sẽ thông minh như anh và đẹp như em, chúng là tuyệt vời. Mà anh thì thông minh, em thì đẹp. Vì vậy, các con của chúng ta sẽ tuyệt vời."

"Nếu cô ít thông minh và tôi xấu trai thì các con của chúng ta sẽ ít thông minh như cô và xấu như tôi, chúng là những người bất hạnh. Mà cô thì ít thông minh, tôi thì xấu trai. Vì vậy, các con của chúng ta sẽ bất hạnh."

Viết đầy đủ như vậy thì quá dài và thiếu tế nhị.

Quy tắc modus tollens phát biểu đầy đủ phải là

$$\begin{array}{ll} (A) & P \Rightarrow Q \\ (B) & \sim Q \\ \hline (C) & \sim P \end{array}$$

Người ta có thể *lược đi kết luận.*

Nó mà sống thì là một chuyện mầu nhiệm, mà chuyện mầu nhiệm thì không còn xảy ra ở cái thế giới này nữa.

(Hec-to Ma-lô, [23], tập 2, tr.251)

Kết luận "Nó không sống" được lược đi.

Trong trường hợp Q là điều mà ai cũng biết là không xảy ra được, người ta chỉ nói P ⇒ Q, người nghe sẽ hiểu là ~ P (do có ~ Q). Như vậy, *tiền đề* ~ Q *lẫn kết luận* ~ P *đều được lược đi.*

Con có dám nói gian thì trời tru đất diệt...

(Nam Cao, [19], tr.16)

(= Con không dám nói gian.)

Từ nay đi xem hát mà ta còn thèm mua cái hạng vé ba xu thì ma quỷ cứ bắt ta đi !

(F.Sinle, [24], tr.386)

(= Từ nay đi xem hát ta không thèm mua cái hạng vé ba xu.)

...nếu hiện tượng và bản chất của sự vật là nhất trí với nhau thì tất thảy khoa học sẽ trở nên thừa.

(K. Marx)

(= không phải hiện tượng và bản chất của sự vật là nhất trí với nhau.)

6.3- Suy luận rút gọn từ quy tắc bắc cầu của phép kéo theo

Đối với quy tắc bắc cầu của phép kéo theo, *kết luận thường được lược đi.*

Không có sách thì không có tri thức. Không có tri thức thì không có chủ nghĩa cộng sản.

(V.I.Lenin)

Kết luận (được lược đi): "Không có sách thì không có chủ nghĩa cộng sản."

> *Muốn đánh thắng thì quân và dân ta phải ăn no. Muốn ăn no thì phải có nhiều lương thực. Muốn nhiều lương thực thì phải cày cấy nhiều.*
>
> *(Hồ Chí Minh)*

Kết luận (được lược đi): "Muốn đánh thắng thì phải cày cấy nhiều."

6.4- Suy luận liên kết rút gọn

Xét suy luận sau đây:

Là người ai cũng phải chết.

Socrate là người. Vậy Socrate cũng phải chết.

Thực ra ở đây ta đã dùng liên tiếp hai quy tắc suy diễn (người ta gọi đây là một *suy luận liên kết*); trước hết, dùng quy tắc:

Nếu là người thì ai cũng phải chết. $(\forall x)\ P(x)$

(B) Nếu Socrate là người thì Socrate cũng phải chết. $P(a)$

rồi áp dụng tiếp modus ponens:

(B) Nếu Socrate là người thì Socrate cũng phải chết.

Socrate là người.

Socrate cũng phải chết.

Ta đã lược đi phán đoán (B), là kết luận của quy tắc suy diễn thứ nhất đồng thời là tiền đề của quy tắc suy diễn thứ hai.

Những suy luận rút gọn như vậy rất thường gặp. Chẳng hạn:

- *Mọi người Việt Nam đều yêu nước.*
  Anh ấy là người Việt Nam. Vậy anh ấy yêu nước.
- *Ở hiền gặp lành.*
  Hoa ở hiền. Vậy Hoa gặp lành.

7- NHỮNG SUY LUẬN KHÔNG HỢP LOGIC THƯỜNG GẶP

7.1- Nhiều khi chúng ta bắt gặp những suy luận không hợp logic theo sơ đồ:

$$\frac{P \Rightarrow Q}{Q} \quad \text{hay} \quad \frac{P \Rightarrow Q}{P \Rightarrow P}$$

Nhà bác học Anhxtanh (Einstein) một hôm vào quán ăn. Ông quên mang theo kính, phải nhờ người hầu bàn đọc hộ thực đơn. Người hầu bàn ghé vào tai Anhstanh nói thầm: "Xin ngài thứ lỗi. Tôi rất tiếc là cũng không biết chữ như ngài."

Người hầu bàn đã suy luận không hợp logic như sau: "Nếu không biết chữ thì phải nhờ người khác đọc hộ thực đơn. Ông khách này nhờ đọc thực đơn. Vậy ông khách này không biết chữ."

Sau đây là một thí dụ khác về sai lầm loại này.

Nhân trung dài sống lâu

Một hôm vua Vũ đế nhà Hán nói với các quan rằng:

- Ta xem trong sách tướng có nói: Người ta nhân trung dài một tấc thì sống lâu một trăm tuổi.

Đông Phương Sóc đứng bên, phì cười. Các quan bắt lỗi là vô phép.

Đông Phương Sóc cất mũ, tạ rằng:

- Muôn tâu Bệ hạ, kẻ hạ thần không dám cười Bệ hạ, chỉ cười ông Bành tổ mặt dài mà thôi.

Vua hỏi: "Sao lại cười ông Bành tổ ?"

Đông Phương Sóc nói:

- Tục truyền ông Bành tổ sống tám trăm tuổi, nếu quả thực như câu trong sách tướng Bệ hạ vừa nói, thì nhân trung ông dài tám tấc, mà nhân trung dài tám tấc thì cái mặt ông ta dễ phai dài đến một trượng."

Vua Vũ đế nghe nói, bật cười, tha tội cho.

(Cổ học tinh hoa, [20], tr.168)

Đông Phương Sóc cười ông Bành tổ như vậy có hợp logic không và có đáng được vua tha tội cho không ?

"Người ta nhân trung dài một tấc thì sống lâu một trăm tuổi."

Từ phán đoán này, không thể suy ra phán đoán đảo:

"Người ta sống lâu một trăm tuổi thì nhân trung dài một tấc."

(Và từ phán đoán đảo này, không thể suy ra rằng tuổi thọ con người tỉ lệ thuận với chiều dài của nhân trung!). Đông Phương Sóc suy luận không hợp logic và đáng phải phạt vì tội cười ông Bành tổ !

Chúng ta xét tiếp phán đoán sau:

Con mà nói láo thì ông Táo đội nồi cơm.

(Cải lương "Gương vỡ lại lành")

Nói câu này, nhân vật trong vở cải lương có ý thề rằng mình không nói láo. Nhưng trong bối cảnh của vở cải lương, đối với người nói và người nghe câu này, "ông Táo đội nồi cơm" là một chân lí quen thuộc. "Con mà nói láo thì ông Táo đội nồi cơm", mà "ông Táo đội nồi cơm" được coi là đúng, vậy thì từ đó không thể rút ra kết luận logic gì hết. Anh ta có thể nói láo mà có thể không nói láo.

7.2- Điều rất đáng chú ý là trong ngôn ngữ tự nhiên, trong nhiều tác phẩm văn học, chúng ta thường gặp và chấp nhận suy luận theo sơ đồ:

$$\frac{P \Rightarrow Q}{\sim P \;\Rightarrow\; \sim Q} \qquad \text{hay} \qquad \frac{P \Rightarrow Q}{\sim P \Rightarrow \sim Q}$$

Đây là một hiện tượng trong ngôn ngữ (xem [1] và [4]), nhưng xét về mặt logic học, thì là một *kiểu suy luận không hợp logic.*

> *Hắn chửi như những người say rượu hát. Giá hắn biết hát thì có lẽ hắn không cần chửi. Khổ cho hắn và khổ cho người, hắn lại không biết hát. Thì hắn chửi, cũng như chiều nay hắn chửi...*
>
> *(Nam Cao, Chí Phèo, tr.78)*

Suy luận ở đây là: "Nếu hắn biết hát thì hắn không chửi. Hắn lại không biết hát.Cho nên hắn chửi."

> *Nếu em có quyền mở miệng thì em sẽ nói anh nghe những điều...em sẽ có thể...Nhưng số mệnh khắc nghiệt đã trói chặt miệng lưỡi em và tình yêu của em.*
>
> *(F.Sinle, [24], tr. 376)*

Kết luận (được lược đi): " Em không nói được..."

> *Nếu Gian biết có con vật đáng thương mà từ nay Ca- dăng là mặt trời, là muôn sao, là ánh trăng, là cuộc sống còn, là tất cả trên đời thì nàng cũng đã đến cứu giúp Sói Xám. Nhưng nàng không biết điều đó...*
>
> *(J.O.Cơc-út, [26], tr.88)*

Kết luận (được lược đi): "nàng đã không đến cứu giúp Sói Xám".

Nhiều câu ca dao có dạng: "Bao giờ P thì Q" ("Nếu P thì Q"), để muốn nói rằng "không bao giờ có Q", bởi vì ai cũng biết rằng "không bao giờ có P". Thí dụ:

Bao giờ chạch đẻ ngọn đa
Sáo đẻ dưới nước thì ta lấy mình. (Ca dao)

"Không bao giờ con chạch (một loài cá) lại leo lên đẻ trên ngọn đa, không bao giờ chim sáo lại xuống đẻ dưới nước, vì vậy không bao giờ ta lấy mình". Suy luận này theo sơ đồ 2 (tiền đề ~ P và kết luận ~ Q được lược đi) và không hợp logic.

Ta gặp những câu dân ca tương tự:

Giá vua bắt lính đàn bà
Để em đi đỡ anh vài bốn năm.
Phải chi ngoài biển có cầu
Để anh ra đó giải đoạn sầu cho em.
Biết răng chừ (bao giờ) cá gáy hoá rồng
Đền ơn thầy mẹ ẵm bồng ngày xưa.

8- PHÂN TÍCH TÍNH HỢP LOGIC CỦA MỘT SUY LUẬN

Chúng ta có thể gặp những suy luận phức tạp, trong đó có nhiều tiền đề hoặc tiền đề là phán đoán phức hợp chứa nhiều phép logic. Để xét xem suy luận có hợp logic không, ta phải thực hiện các việc theo thứ tự sau:

a) *Viết các phán đoán dưới dạng kí hiệu*; muốn vậy, trước hết nên rút gọn đoạn văn (nếu được), bằng cách bỏ đi các từ thừa (xét về mặt logic) và điều rất quan trọng là chuyển cho đúng các liên từ trong ngôn ngữ tự nhiên thành *liên từ logic*, hiểu đúng *cấu trúc logic của các phán đoán.*

b) Viết rõ *sơ đồ(cấu trúc)của suy luận.*

c) Khảo sát sơ đồ này: xét *trường hợp tất cả các tiền đề đều đúng*; nếu kết luận cũng luôn luôn đúng, thì suy luận là hợp

logic; nếu có thể chỉ ra trường hợp tất cả các tiền đề đều đúng mà kết luận lại sai thì suy luận không hợp logic.

Thí dụ 1 - Suy luận sau đây có hợp logic không:

> *Chủ nhật vừa rồi nó không được nghỉ đâu. Vì nếu được nghỉ thì nó đã về thăm ba nó. Mà về thăm ba nó thì thế nào nó cũng sang nhà tôi chơi. Nhưng hôm đó tôi ở nhà cả ngày mà đâu có gặp nó.*

Trước hết cần chú ý rằng trong suy luận trên, kết luận được đưa lên đầu.

a) Gọi N = nó được nghỉ.

T = nó thăm ba nó.

S = nó sang nhà tôi.

Về mặt logic, đoạn văn trên có thể viết gọn lại với kí hiệu tương ứng của từng phán đoán như sau:

> *Nếu nó được nghỉ thì nó đi thăm ba nó (N ⇒ T). Nếu nó thăm ba nó thì nó sang nhà tôi (T ⇒ S). Nó không sang nhà tôi (~ S). Vậy nó không được nghỉ (~ N).*

b) Sơ đồ của suy luận là:

$$N \Rightarrow T \qquad (A)$$

$$T \Rightarrow S \qquad (B)$$

$$\sim S \qquad (C)$$

$$\sim N \qquad (D)$$

c) Xét trường hợp tất cả các tiền đề A, B, C đều đúng: C đúng (tức S sai) và B đúng, do đó T sai; T sai và A đúng nên N sai, tức ~ N đúng. Vậy suy luận là hợp logic.

Chú ý- Có thể coi là trong suy luận trên đã dùng liên tiếp hai quy tắc suy diễn:

Quy tắc bắc cầu của phép kéo theo:

$$\frac{N \Rightarrow T \qquad T \Rightarrow S}{N \Rightarrow S}$$

Quy tắc modus tollens:

$$\frac{N \Rightarrow S \qquad \sim S}{\sim N}$$

Thí dụ 2 - Suy luận sau đây có hợp logic không:

Nếu trường học có thầy giáo tốt và cơ sở vật chất kĩ thuật tốt thì trường giảng dạy tốt. Trường này không có cơ sở vật chất kĩ thuật tốt, nhưng giảng dạy tốt. Vậy trường này có thầy giáo tốt.

Gọi: T = Trường học có thầy giáo tốt.

K = Trường học có cơ sở vật chất kĩ thuật tốt.

G = Trường học giảng dạy tốt.

Sơ đồ của suy luận là:

$$T \wedge K \Rightarrow G \qquad (A)$$

$$\sim K \wedge G \qquad (B)$$

$$\overline{\qquad T \qquad} \qquad (C)$$

Xét khi cả hai tiền đề đều đúng:

B đúng, tức $\sim K$ đúng (do đó K sai) và G đúng.

A đúng, nhưng do K sai nên $T \wedge K$ luôn sai, dù T lấy giá trị đúng hay sai và $T \wedge K \Rightarrow G$ đúng.

Như vậy, khi cả hai tiền đề A và B đều đúng thì kết luận T có thể đúng mà có thể sai. Suy luận này *không hợp logic.*

Thí dụ 3: "Thuốc bất tử" là gì ?

Thời Chiến Quốc, có người đem dâng vua nước Sở một vị thuốc bất tử. Người ấy bưng vị thuốc vào, có viên quan canh cửa hỏi rằng:

- Vị thuốc có ăn được không ?

Người ấy đáp:

- Ăn được.

Tức thì viên quan giật lấy vị thuốc mà ăn.

Chuyện đến tai vua. Vua phán bắt viên quan đem giết.

Viên quan kêu rằng:

- Thần đã hỏi người đem dâng thuốc. Người ấy nói rằng:"Ăn được", nên thần mới dám ăn. Thế là thần vô tội mà lỗi ở người dâng thuốc. Vả chăng *người đem dâng thuốc nói là "bất tử", nghĩa là ăn vào thì không chết nữa. Thế mà thần mới ăn, đã sắp phải chết, vậy là thuốc tử chớ sao gọi là bất tử được ?* Nhà vua giết thần, thực là bắt tội một người vô tội mà tỏ rằng thiên hạ dối được nhà vua mà nhà vua vẫn tin.

Vua nghe nói có lí, bèn tha cho viên quan ấy không giết nữa.

(Cổ học tinh hoa,[20], tr.169)

Hãy xét xem suy luận của viên quan (các dòng in nghiêng, do tôi nhấn mạnh- *H. Chúng*) có hợp logic không ?

Ta có thể viết lại đoạn văn đó như sau:

"Nếu đó là thuốc bất tử thì ai ăn vào cũng không chết.

Nhưng tôi ăn vào mà tôi chết. Vậy đó không phải là thuốc bất tử."

Có thể coi đây là một suy luận liên kết:

a) Nếu đó là thuốc bất tử thì *ai ăn vào cũng không chết.*

Vậy: Nếu đó là thuốc bất tử thì *tôi ăn vào tôi không chết.*

b) Nếu là thuốc bất tử thì tôi ăn vào tôi không chết.

Nhưng tôi ăn vào mà tôi chết.

Vậy đó không phải là thuốc bất tử.

Suy luận ở a) theo quy tắc: *$(\forall x)P(x)$, vậy $P(a)$.*

Suy luận ở b) theo quy tắc *modus tollens*. "Nếu tôi ăn thuốc vào thì tôi không chết" và "Tôi ăn thuốc vào mà tôi chết" là hai phán đoán phủ định lẫn nhau.

Để xét suy luận ở b), ta đặt

B = Thuốc đó là thuốc bất tử.

A = Tôi ăn thuốc vào.

C = Tôi chết.

Sơ đồ của suy luận là:

$$B \Rightarrow (A \Rightarrow \sim C)$$

$$A \wedge C$$

$$\sim B$$

Suy luận là hợp logic, vì $\sim(A \wedge C) = A \Rightarrow \sim C$ (xem chương 2, 2.2.1c).

8- SUY LUẬN HỢP LOGIC VÀ CHỨNG MINH

8.1- Ta xét các suy luận sau đây:

(I) *Mọi người đều phải chết.*
Socrate là người.
Vậy Socrate phải chết.

(II) *Mọi người Việt Nam đều là thi sĩ.*
Nguyễn Du là người Việt Nam.
Vậy Nguyễn Du là thi sĩ.

(III) *Mọi người Việt Nam đều là thi sĩ.*
Tác giả cuốn sách "Logic học phổ thông" này là người Việt Nam.
Vậy tác giả cuốn sách "Logic học phổ thông" này là thi sĩ.

Cả ba suy luận trên đây đều hợp logic, đều theo cùng một quy tắc suy diễn. Nhưng chúng ta dễ có thái độ khác nhau với ba suy luận này.

Suy luận (I) không có gì phải bàn cãi: ai cũng biết rằng cả hai tiền đề đều hiển nhiên đúng, do đó kết luận rút ra cũng hiển nhiên đúng.

Trong (II) và (III) có một tiền đề mà ai cũng biết là sai (có phải người Việt Nam nào cũng là thi sĩ đâu !), nhưng kết luận ở (II) thì người Việt Nam nào cũng biết là đúng, còn kết luận ở (III) thì một số người biết rõ là sai.

" Socrate phải chết" là phán đoán đúng mà ta có thể suy ra được từ hai phán đoán mà ta biết là đúng ("Mọi người đều phải chết", "Socrate là người"). Nhưng do *những hiểu biết ở chỗ khác* mà ta nói được rằng "Nguyễn Du là thi sĩ" là phán đoán đúng, còn "Tác giả sách *Logic học phổ thông* này là thi sĩ" là phán đoán sai.

Logic học không bàn đến các vấn đề: "Chân lí là gì?", " Phán đoán nào đúng, phán đoán nào sai?", "Tiêu chuẩn của chân lí là gì? " . Đó là những vấn đề của triết học và của các khoa học khác.

Các quy tắc suy diễn trong logic học chỉ khẳng định rằng:

> **Nếu thừa nhận các phán đoán có cấu trúc logic xác định trong các tiền đề là đúng thì phải thừa nhận phán đoán có cấu trúc logic xác định trong kết luận cũng là đúng, bất kể nội dung của các tiền đề và của kết luận là gì.**

(Vì vậy, logic học ta xét ở đây cũng được gọi là *logic học hình thức* , chỉ nghiên cứu *hình thức* hay *cấu trúc của suy luận*, không phụ thuộc vào nội dung cụ thể của các phán đoán trong suy luận.)

Thí dụ: Nếu thừa nhận các phán đoán có dạng $P \Rightarrow Q$ và P là đúng thì phải thừa nhận phán đoán Q là đúng (quy tắc modus ponens), *bất kể P và Q có nội dung gì.*

8.2- Nếu một *suy luận là hợp logic* (theo đúng một quy tắc suy diễn) thì có mấy tình huống thường gặp sau đây:

a) Ta biết rõ *mọi tiền đề đều đúng*. Vậy *kết luận phải đúng*. Trong trường hợp này, ta nói rằng *kết luận đã được chứng minh.*

b) Ta biết rõ *có một (ít nhất một) tiền đề sai*. Lúc đó *kết luận có thể đúng mà cũng có thể sai.*

c) Ta biết rõ là *kết luận đúng*. Lúc đó *có thể là mọi tiền đề đều đúng mà cũng có thể có tiền đề sai.*

d) Ta biết rõ là *kết luận sai*. Vậy phải *có ít nhất một tiền đề sai.*

Chúng ta thường gặp nhiều chuyện vui, chuyện cười, chuyện nguỵ biện do suy luận không hợp logic hoặc suy luận hợp logic

nhưng xuất phát từ tiền đề sai (mà điều sai này đôi khi không dễ nhận ra). Chúng ta xét vài chuyện vui sau:

Người có nghị lực phi thường

- Để tỏ rõ mình là người có nghị lực phi thường, mình đã bỏ hẳn được thói quen hút thuốc lá.

- Nhưng...cậu chẳng đang hút thuốc đấy là gì ?

- Bởi vì sau khi bỏ thuốc lá, để tiếp tục tỏ rõ nghị lực, mình lại bỏ hẳn cái thói quen không hút thuốc lá ấy đi.

Trong câu chuyện này, "người có nghị lực phi thường" đã suy luận hợp logic (theo quy tắc modus ponens) như sau:

Nếu một người bỏ hẳn được một thói quen thì đó là người có nghị lực phi thường. Tôi đã bỏ hẳn được thói quen hút thuốc lá. Vậy tôi là người có nghị lực phi thường.

Nếu một người bỏ hẳn được một thói quen thì đó là người có nghị lực phi thường. Tôi đã bỏ hẳn được thói quen không hút thuốc lá. Vậy tôi là người có nghị lực phi thường.

Nhưng đây là chuyện cười, vì hai suy luận trên đều *xuất phát từ một tiền đề sai*, do đó *kết luận có thể đúng* (trong trường hợp anh ta bỏ được thói quen hút thuốc lá) *mà cũng có thể sai* (trong trường hợp bỏ thói quen không hút thuốc lá).

Thế nào là "mất" ?

Một con ở, ngồi với cô chủ đi đò dọc.

Dọc đường, nó rửa ống nhổ, sút tay, ống nhổ chìm xuống đáy sông.

Nó mới hỏi cô:

- Cô ơi, cái gì mình biết nó đang nằm ở đâu thì có thể coi là nó mất không ?

Cô nói lại:

- Cái con khùng này. Cái gì mình biết nó còn nằm đâu thì mất sao được.

- Dạ thưa cô, cái ống nhổ bạc của cô, nó đang nằm dưới đáy sông.

"Con ở" rất thông minh, đã suy luận hợp logic (theo quy tắc modus ponens, rút gọn kết luận) như sau:

Cái gì mình biết nó đang nằm ở đâu thì cái đó không mất.

Cái ống nhổ của cô thì biết rõ nó đang nằm ở dưới đáy sông.

Vậy cái ống nhổ của cô không mất.

"Cô chủ" cũng như nhiều người đọc câu chuyện này bị bất ngờ: khi thấy kết luận sai mới nghĩ lại rằng mình đã quá vội khi đồng tình với tiền đề (cái gì mình biết nó còn nằm đâu thì mất sao được).

Một số người không khỏi lúng túng khi nghe lập luận sau đây:

Ăn mặn thì khát nước.

Khát nước thì uống nhiều nước.

Uống nhiều nước thì đã khát.

Vậy nếu ăn mặn thì đã khát.

Suy luận hợp logic, theo quy tắc bắc cầu của phép kéo theo.

Nhưng kết luận như vậy thì thật là chướng tai. Kết luận sai, mà suy luận hợp logic, vậy phải tìm xem tiền đề nào sai. "Ăn mặn thì khát nước", "khát nước thì uống nhiều nước" đó là những điều dễ chấp nhận. Nhưng "uống nhiều nước thì đã khát" là không đúng; nhiều khi người ta không khát mà vẫn uống nhiều nước (chẳng hạn người bị bệnh nào đó mà cần phải uống nhiều nước).

8.3- *Chứng minh một phán đoán A là vạch rõ rằng A là kết luận logic của những tiền đề đúng.* Một phép chứng minh gồm ba bộ phận:

Luận đề (phán đoán phải chứng minh);

Luận cứ (các tiền đề dùng trong chứng minh);

Luận chứng (các quy tắc suy diễn dùng trong chứng minh).

Nhiệm vụ chủ yếu của logic học là *làm rõ các luận chứng trong chứng minh.*

BÀI TẬP

2.1- *Dùng sơ đồ Venn, xét xem các phép tam đoạn luận sau đây có hợp logic không:*

a) Cá thở bằng mang. Cá voi không thở bằng mang. Vậy cá voi không phải là cá.

b) Một số sinh viên là hoa hậu. Có hoa hậu người Cần thơ. Vậy có sinh viên nguời Cần thơ.

2.2- *Dùng sơ đồ Venn, tìm kết luận logic từ hai tiền đề sau đây:*

a) Mọi sinh viên đều mê bóng đá. Không có ai trong xóm này mê bóng đá cả.

b) Một số sinh viên ham học. Mọi người ham học đều đáng phục.

2.3- *Tìm lại các phán đoán đã được lược đi (tiền đề hay kết luận) trong các suy luận rút gọn sau đây, và xét xemtrong mỗi trường hợp, suy luận có hợp logic không:* .

a) Sự nghiệp của chúng ta chính nghĩa, vì vậy chúng ta nhất định thắng.

b) Anh ấy là một người trung thực, có thể tin anh ấy.

c) Bệnh này không thể chữa khỏi, trừ phi có thuốc tiên.

d) Anh mà làm được việc ấy thì tôi đi đằng đầu.

e) Thức khuya mới biết đêm dài, mà anh thì ngày nào cũng ngủ ngon từ 9 giờ tối đến sáng.

g) Người già thì khó tính, mà chị thì đã già đâu?

h) Nó nói rằng nó luôn giúp đỡ bạn bè. Do đó, tôi nghĩ rằng nó là người tốt, vì người tốt luôn giúp đỡ bạn bè.

i) " Bao giờ người Tây nhổ hết cỏ nước Nam thì mới hết người nước Nam đánh Tây." (*Nguyễn Trung Trực*).

k) " Muốn xây dựng chủ nghĩa xã hội phải làm gì ?
Nhất định phải tăng gia sản xuất cho thật nhiều. Muốn sản xuất nhiều thì phải có nhiều súc lao động. Muốn có nhiều sức lao động thì phải giải phóng súc lao động của phụ nữ". (*Hồ Chí Minh*)

l) "Tuần vừa rồi bà Anna đã chết trong khi sinh nở. Nếu trong vùng có trạm y tế thì bà ta đã khỏi phải chết oan." (*A.Tsêkhốp*, [25], tr.49)

m) "Suốt ngày hôm sau, Daniyar không hề tỏ ra giận dỗi, anh vẫn thản nhiên và lầm lì...Giá như anh cười hoặc nói đùa thì tình thế sẽ dịu đi, mối bất hoà giữa chúng tôi sẽ nhòa dần." (Ts. Aitmatốp, [21], tr.37)

n) "- Có một ngày, tôi thấy mặt trời lặn bốn mươi ba lần! Một chốc sau đó, em nói thêm: - Ông biết đấy...khi người ta buồn quá, người ta thích cảnh mặt trời lặn..." (*Antoine de St Exupery*, [22], tr. 47)

2.4- "- Xin thưa để cho rõ rằng nếu mọi người đều trở thành học giả với lại ông lớn cả thì lấy ai mà buôn bán và đi cày nữa. Rồi đến chết đói hết.

- Nhưng nếu ai cũng đi buôn và đi cày cả thì còn ai thông hiểu học vấn nữa ?

Cả hai đều nghĩ rằng mình vừa nói ra một điều gì có trọng lượng và có sức thuyết phục lắm, làu bàu ra vẻ nghiêm trang và cùng dằng hắng một tiếng rõ dêu." (*Ts. Tsékhốp*, dẫn theo [6], tr. 172)

Hãy viết lại dầy đủ lập luận của từng người, sơ đồ suy luận và các phán đoán được lược đi.

2.5- *Các suy luận sau đây có hợp logic không :*

a) " Sáng hôm nay mẹ tôi thu xếp hành lí chuẩn bị ra đi. Nếu một người chuẩn bị cho một chuyến đi mà không mang theo lương khô thì chắc chắn họ không đinh đi xa. Nhưng mẹ tôi lại làm một túi lớn bánh qui và còn nướng thêm nhiều loại bánh mì tròn rất ngon...Tôi rất buồn mặc dù chưa ai bảo rằng mẹ sắp đi xa". (*Mu-xtai Ca-rim, Niềm vui nhà ta, Kim Đồng, 1984*).

b) Nếu ham thích toán thì sẽ giỏi toán. Chỉ khi ham thích toán mới

cố gắng làm nhiều toán khó. Em không cố gắng làm nhiều toán khó. Vậy em chẳng giỏi toán được.

c) Chỉ khi ham học thì mới học giỏi được. Mà có cố gắng làm nhiều bài tập thì mới là ham học. Em không cố gắng làm nhiều bài tập, cho nên em chẳng học giỏi được.

d) Em chỉ được khen thưởng khi em học giỏi và khỏe mạnh. Mà nếu không khỏe thì em cũng chẳng học giỏi được. Cho nên nếu em học giỏi thì em sẽ được khen thưởng.

e) Nếu trường học không có thầy giáo tốt và cơ sở vật chất tốt thì không có chất lượng giáo dục tốt. Trường này không có cơ sở vật chất tốt mà chất lượng giáo dục tốt. Vậy trường này có thầy giáo tốt.

g) "Khi mình yêu cầu cậu đi với mình thì mình ngỡ là gia đình mình sẽ cho cả hai đứa mình đi học và chúng ta sẽ ở gần nhau. (...) Nhưng sự việc đã không như thế và chiêm bao vẫn hoàn là... chiêm bao. Cho nên chúng ta phải chia tay nhau".

(*Hecto Ma-lô*, [23], tập 2, tr.231)

2.6- Ngồi vào bàn học, An dự định:

- Mình sẽ học cho xong ít nhất một trong hai bài Hoá và Văn.

Nhưng bạn lại nghĩ:

- Hay là phải học Hoá và làm toán, nhưng nhiều nhất là một trong hai môn, rồi đi xem đá bóng..

Cầm đến sách, bạn lại nghĩ thêm:

- Mình sẽ học Văn hoặc làm toán, nhưng chỉ một trong hai môn này thôi.

Bạn An sẽ học gì, không học gì, để thực hiện được cả ba dự định trên ?

2.7- *Tìm qui tắc suy luận trong đoạn văn sau đây của K.Marx:*

" Do có những lực lượng sản xuất mới, loài người thay đổi phương thức sản xuất của mình, và do thay đổi phương thức sản xuất, cách làm ăn của mình, loài người thay đổi tất cả những quan hệ xã hội của mình. Cái cối xay quay bằng tay đưa lại xã hội có lãnh chúa, cái cối xay chạy bằng hơi nước đưa lại xã hội có tư bản công nghiệp."

2.8- *F.Engels có viết trong " Chống Duhring " :*

" Không có chế độ nô lệ thì không có cơ sở văn minh Hi Lạp; không có chế độ nô lệ thì không có đế quốc La mã. Mà không có cơ sở văn minh Hi Lạp và đế quốc La mã thì cũng không có châu Âu hiện đại được. (...) Theo nghĩa trên đây, chúng ta có quyền nói rằng: " Không có chế độ nô lệ thì không có chủ nghĩa xã hội hiện đại."

a) Viết các phán đoán trong đoạn văn trên dưới dạng kí hiệu.

b) Các qui tắc suy luận ở đây là gì ? Chứng minh các qui tắc đó. Trong suy luận, tác giả đã lược đi phán đoán nào?

Vài chuyện giải trí

2.9- Nhà thơ Goethe một hôm đi dạo trong vườn hoa ở Weimar. Trên một đoạn đường hẹp, chỉ vừa một người đi, Goethe gặp một người không thích thơ ông; đứng trước Goethe người ấy bảo :

- Tôi không nhường đường cho một người ngớ ngẩn.

Goethe liền đứng sang một bên và mỉm cười :

- Tôi sẵn sàng nhường.

Hãy viết lại đầy đủ lập luận của hai người.

2.10- Một anh chàng ngốc có lần hỏi vợ:

- Này mình, có lúc tôi thấy mặt mình đỏ lơ. Tại sao vậy?

Vợ y nói cho qua:

- Tại xấu hổ.

Rồi ngày kia, trong bữa giỗ cha, anh ta thấy vợ bưng mâm cơm cúng từ trong bếp ra mà mặt mày đỏ lơ, chàng ta liền mắng vợ:

- Hôm nay giỗ cha tôi, bà xấu hổ cái gì mà đỏ mặt ?

Suy luận của anh chàng ngốc không hợp logic,theo sơ đồ nào ?

2.11- Anh làm gì ở đây ? Cậu hoàng tử hỏi tay nát rượu, khi em thấy hắn ngồi lặng thinh trước một đống lớn chai không và chai có rượu.

- Tôi uống rượu - tay kia nói, vẻ thiểu não.

- Tại sao anh uống ? - cậu hoàng tử hỏi anh ta.

- Uống để quên - gã nát rượu trả lời.

- Quên cái gì ? - cậu hoàng tử bắt đầu thấy thương, hỏi nữa.

- Quên nỗi xấu hổ của ta - người nát rượu cúi đầu thú nhận.

- Xấu hổ vì cái gì ? - cậu hoàng tử muốn có thể giúp đỡ gã kia nên lại hỏi.

- Xấu hổ vì uống rượu ! Gã thôi không nói nữa, và lần này nhất quyết im lặng.

(Antoine de St- Exupery, [22] , tr. 82)

Hãy xét xem nếu gã nát rượu định "uống rượu để khỏi xấu hổ vì uống rượu" thì có được không ?

2.12- Ba học sinh rất thông minh được cô giáo thử trí trong trò chơi sau: đưa cho các em thấy 5 cái mũ (3 trắng, 2 xanh), rồi bảo các em nhắm mắt lại; cô đội lên đầu mỗi em một cái mũ và cất đi 2 mũ còn lại; mở mắt ra, mỗi em thấy rõ mũ của bạn nhưng không thấy mũ của mình; em nào nói trước được mình đội mũ màu gì thì em đó thắng (các em không được nói chuyện với nhau). Sau một chút suy nghĩ, cả ba em đều cùng nói một lúc là mình đội mũ trắng.

Các em đã suy luận thế nào ?

2.13- Ba cô giáo A, B, C trong khi lên lớp đều để dính phấn màu trên mặt. Giờ nghỉ, gặp nhau, ba cô nhìn nhau và cùng cười. Mỗi cô đều nghĩ rằng hai bạn cười nhau, còn mình thì không bị dính phấn màu ở mặt. Bỗng nhiên cô A không cười nữa vì biết rằng mặt mình bị dính phấn.

Cô A đã suy luận thế nào ?

2.14- *Mua kính*

Anh nọ dốt đặc cán mai, thấy các ông già bà cả mang kính xem sách, bắt chước ra chợ hỏi mua một đôi. Vào hiệu, bảo chủ hiệu đem ra cho anh ta chọn. Anh ta đeo kính vào, lấy cuốn lịch đem theo ra xem, xem xong lại bảo chủ hiệu cho chọn đôi khác. Chủ hiệu chiều ý, chọn cho anh ta năm sáu đôi, nhưng đôi nào anh ta cũng không ưng ý. Chủ hiệu bèn chọn một đôi tốt nhất trong hiệu đưa ra. Anh ta đeo vào, lại lấy cuốn lịch ra xem, vẫn lắc đầu chê xấu. Chủ hiệu lấy làm lạ, liếc thấy anh ta cầm cuốn lịch ngược mà xem, sinh nghi, liền hỏi:

- Sao đôi nào ông cũng chê xấu cả?

Anh ta đáp:

- Xấu thì bảo xấu chứ sao, nếu kính tốt thì tôi đã xem chữ được rồi!

Chủ hiệu nói:

- Hay là ông không biết chữ?

Anh ta đáp:

- Nếu biết chữ thì đã không cần mua kính!

Trong chuyện cười này, anh chàng đốt nọ suy luận không hợp logic chỗ nào, theo sơ đồ gì ?

2.15- *Được một bữa thả cửa*

Một chị lấy phải anh chồng tham ăn, hễ ngồi vào mâm là chúi mũi gắp lấy gắp để không nghĩ đến ai cả. Chị ta rất lấy làm xấu hổ, đã nhiều lần khuyên chồng ăn uống phải từ tốn, nhưng anh chồng vẫn không chừa được thói xấu ấy.

Một hôm, nhà bố vợ có giỗ, hai vợ chồng đưa nhau đi ăn cỗ. Vợ sợ chồng ăn uống thô lỗ thì xấu mặt với chị em, liền nghĩ ra một cách: chị ta lấy một sợi dây, một đầu buộc vào chân chồng, còn đầu kia thì chị ta cầm lấy và dặn chồng:

- Hễ tôi không giật dây thì mình không được gắp dấy!

Chồng gật đầu.

Quả nhiên, lúc ngồi vào mâm, mọi người đều thấy anh này ăn uống từ tốn, lịch sự. Chị vợ ở dưới bếp vừa làm vừa giật dây. Đôi lúc mải làm quên không giật dây, anh chồng cứ phải ngồi ngây ra nhìn món ăn mà nhỏ dãi. Bố vợ phải gắp thức ăn cho.

Đến giữa bữa, một con gà chạy qua, chẳng may vướng phải dây, co chân giật giật mãi vẫn không được. Ở nhà trên, anh chồng thấy dây giật lia lịa, vội vàng cầm đầu gắp. Càng gắp thấy dây càng giật, tưởng vợ cho thả cửa, anh ta vớ luôn cả đĩa thức ăn trút vào bát.

Câu chuyện cười trên đây được chép lại từ [28], nhưng sai mất một câu, làm cho suy luận của hai vợ chồng không hợp logic. Hãy sửa lại giúp câu đó.

2.16- *Ta hay sư*

Một anh có tật ngủ mê, ngủ mê đến nỗi anh em bạn đùa, cạo trọc đầu, khiêng bỏ ra chùa mà vẫn không hay biết gì cả.

Khi anh ta tỉnh dậy, thấy mình đang nằm trong chùa, lại thấy

đầu trọc, ngờ chẳng biết có phải mình hay sư, nghĩ bụng: "Ta hay sư?...Sư hay ta?... Ta ơi, có phải ta không hả ta?".

Hỏi mãi chẳng thấy ai thưa, mới tự nhủ: "Cứ về nhà thì biết. Nếu không phải là ta thì chó nó sẽ sủa."

Về đến nhà, chó thấy anh ta trọc đầu, khác ngày thường, xô ra sủa.

Anh ta chắc là không phải mình, liền bỏ nhà đi biệt, không về nữa.

Hãy xét xem anh chàng ngủ mê đã phạm luật logic gì?

2.17- *Trời sinh ra thế*

Hai anh chàng, một anh là học trò, một anh là nông dân, đi chơi cùng với bố vợ.

Nghe tiếng ngỗng kêu, ông bố hỏi:

– Tại sao tiếng nó to thế nhỉ ?

Anh học trò đáp:

– "Trường cảnh tắc đại thanh".

Anh nông dân hỏi:

– Nghĩa là thế nào ?

Anh học trò giải thích:

– Cổ dài thì kêu to.

Anh kia bẻ lại:

– Thế con ễnh ương, cổ có dài đâu mà cũng kêu to ?

Đi một quãng nữa, thấy con vịt đang bơi dưới ao, bố vợ hỏi:

– Sao nó lại nổi nhỉ ?

Anh học trò lại nói chữ:

– "Đa mao thiểu nhục tắc phù", nghĩa là: nhiều lông ít thịt thì nổi.

Anh nông dân lại bẻ:

– Thế cái thuyền, có lông có thịt đâu, sao vẫn nổi ?

Hãy giúp anh học trò cãi lại anh nông dân !

Phụ lục I

MỘT SỐ VẤN ĐỀ VỀ ĐỊNH NGHĨA VÀ PHÂN CHIA KHÁI NIỆM

1- NỘI HÀM VÀ NGOẠI DIÊN CỦA KHÁI NIỆM

Mỗi khái niệm có nội hàm và ngoại diên.

1.1- *Nội hàm của khái niệm là tập hợp tất cả các dấu hiệu chung của lớp các đối tượng được phản ánh trong khái niệm.*

Thí dụ- Khái niệm "con người" có nội hàm là: động vật, có xương sống, có vú, biết lao động, có hệ thống tín hiệu thứ hai, v.v... Đó là những dấu hiệu chung cho mọi con người. Những dấu hiệu như: "tóc đen", "cao 1,5m", không phải con người nào cũng có, vì vậy không thuộc nội hàm của khái niệm " con người".

- Khái niệm " hình vuông" có nội hàm là: hình tứ giác, có bốn góc vuông, có bốn cạnh bằng nhau, có hai đường chéo bằng nhau v.v... Đó là các dấu hiệu chung cho mọi hình vuông. Còn dấu hiệu " có chiều dài cạnh là 10m " không thuộc nội hàm của khái niệm " hình vuông ", vì đó không phải là dấu hiệu mà mọi hình vuông phải có.

1.2- *Ngoại diên của khái niệm là tập hợp tất cả các đối tượng có các dấu hiệu chung được phản ánh trong khái niệm.*

Với mỗi khái niệm, có thể lập một *hàm phán đoán tương ứng; ngoại diên của khái niệm là tập hợp tất cả các đối tượng mà khi thay vào biến thì làm cho hàm phán đoán thành phán đoán đúng.*

Thí dụ:

1) Xét khái niệm " thành phố ".

Ta có thể lập hàm phán đoán tương ứng:

x là thành phố.

Ngoại diên của khái niệm " thành phố " là lớp (tập hợp) tất cả những đối tượng mà thay vào x làm cho hàm phán đoán " x là thành phố " trở thành phán đoán đúng. Chẳng hạn, với x là Hà nội, ta được:

Hà nội là thành phố. (đúng)

Hà nội là một đối tượng (hay một phần tử) thuộc ngoại diên của khái niệm " thành phố ".

Thay x bởi Paris, ta được phán đoán:

Paris là thành phố. (đúng)

Vậy Paris thuộc ngoại diên của khái niệm " thành phố ".

Thay x bởi Củ Chi, ta được phán đoán:

Củ Chi là thành phố. (sai)

Vậy Củ Chi không thuộc ngoại diên của khái niệm "thành phố".

2) Xét khái niệm: " người bạn ".

Ta có thể lập hàm phán đoán tương ứng: " x là bạn của y " (x và y là người).

Ngoại diên của khái niệm " người bạn " là *tập hợp tất cả các cặp (mỗi cặp là hai người)* mà khi thay vào x, y thì làm cho hàm phán đoán "x là bạn của y " trở thành phán đoán đúng. Thí dụ:

Thay *x bằng K. Marx, thay y bằng F.Engels* , ta được phán đoán:

K. Marx là bạn của F.Engels. (đúng)

Vậy cặp (K. Marx, F. Engels) là phần tử thuộc ngoại diên của khái niệm " người bạn ".

Thay *x bằng Nguyễn Huệ, thay y bằng Nguyễn Anh*, ta được phán đoán:

Nguyễn Huệ là bạn của Nguyễn Ánh. (sai)

Vậy cặp (Nguyễn Huệ, Nguyễn Ánh) không thuộc ngoại diên của khái niệm " người bạn ".

Ngoại diên của một khái niệm có thể là tập hợp vô hạn, gồm vô số phần tử (như khái niệm " số nguyên") hoặc là tập hợp hữu hạn (như khái niệm " thành phố"; có thể liệt kê hết được các thành phố). Trong trường hợp khái niệm có ngoại diên chỉ là một phần tử thì ta gọi đó là một *khái niệm đơn nhất* (thí dụ khái niệm " thủ đô nước CHXHCN Việt Nam" là khái niệm đơn nhất vì ngoại diên chỉ gồm một phần tử là Hà nội).

Cá biệt,có khái niệm mà ngoại diên không có phần tử nào, ta gọi đó là *khái niệm rỗng*. Thí dụ: người xưa đã từng mơ ước sáng chế ra những " động cơ vĩnh cửu", là những động cơ có thể hoạt động mãi mãi mà không cần cung cấp thêm năng lượng; khoa học đã chứng minh rằng không tồn tại những động cơ như vậy, và khái niệm " động cơ vĩnh cửu" là một khái niệm rỗng; " thuốc trường sinh " cũng là một khái niệm rỗng.

Sau đây, ta sẽ nói: khái niệm S (x), R (x,y) thay cho " khái niệm ứng với hàm phán đoán S (x), R (x,y)"; ta gọi ngoại diên của các khái niệm này là các tập hợp S,R.

2. QUAN HỆ GIỮA CÁC KIIÁI NIỆM

Ta xét quan hệ giữa ngoại diên của các khái niệm mà ta thường nói tắt là " quan hệ giữa các khái niệm".

Giữa hai khái niệm: S (x), có ngoại diên là S,

P (x), có ngoại diên là P.

có thể có các quan hệ sau đây, tuỳ thuộc vào quan hệ giữa hai tập hợp S và P:

$S = P$ (hai tập hợp S và P bằng nhau).

Ta nói $S(x)$ và $P(x)$ là *hai khái niệm đồng nhất.*

$S \subset P$ mà $S \neq P$ (S là tập hợp con thật sự của P).

Ta nói $S(x)$ là *khái niệm hẹp hơn* $P(x)$,

và $P(x)$ là *khái niệm rộng hơn* $S(x)$.

$S \cap P \neq \varnothing$ đồng thời $S \not\subset P$ và $P \not\subset S$ (hai tập hợp S và P giao nhau, nhưng S không là tập con của P và P không là tập con của S).

Ta nói $S(x)$ và $P(x)$ là *hai khái niệm chèo nhau.*

$S \cap P = \varnothing$ (S và P không giao nhau).

Ta nói $S(x)$ và $P(x)$ là *hai khái niệm tách rời.*

Sau đây là một số thí dụ về các quan hệ trên.

2.1- Quan hệ đồng nhất

Xét hai khái niệm:

$S(x)$: hình tam giác có hai góc bằng nhau,

$P(x)$: hình tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Ta có hai phán đoán đúng, là đảo của nhau:

Mọi hình tam giác có hai góc bằng nhau đều là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Mọi hình tam giác có hai cạnh bằng nhau đều là tam giác có hai góc bằng nhau.

Hai khái niệm $S(x)$ và $P(x)$ có ngoại diên bằng nhau ($S = P$), đó là hai khái niệm đồng nhất.

2.2- Quan hệ rộng hơn, hẹp hơn

Xét hai khái niệm:

$S(x)$: người công nhân (ngoại diên S),

P(x): người lao động (ngoại diên P).

Ta có:

Mọi công nhân đều là người lao động.

Có người lao động không phải là công nhân.

Tập hợp S tất cả công nhân là một bộ phận thực sự (tập hợp con thật sự) của tập hợp P tất cả những người lao động. "Người công nhân " là khái niệm hẹp hơn "người lao động"; ngược lại, "người lao động " là khái niệm rộng hơn "người công nhân".

Khi khái niệm S (x) hẹp hơn khái niệm P (x) thì ta cũng gọi S (x) là *khái niệm loại so với P (x)*, còn *P(x) là khái niệm chủng so với S (x).*

"Công nhân" là khái niệm loại so với " người lao động" và "người lao động"là khái niệm chủng so với "người công nhân".

2.3- Quan hệ chèo nhau

Xét hai khái niệm

S(x): người công nhân (ngoại diên S),

P(x): đoàn viên TNCS (ngoại diên P).

Ta có các phán đoán đúng sau đây:

Một số công nhân là đoàn viên TNCS.

Có công nhân không phải là đoàn viên TNCS.

Có đoàn viên TNCS không phải là công nhân.

Như vậy: S và P có một số phần tử chung (giao nhau) , nhưng S không phải là tập hợp con thực sự của P mà P cũng không phải là tập hợp con thực sự của S. Hai khái niệm " người công nhân" và " đoàn viên TNCS" là hai khái niệm chèo nhau.

2.4- Quan hệ tách rời

Xét hai khái niệm:

S(x): học sinh mẫu giáo (ngoại diên S),

P(x): đoàn viên TNCS (ngoại diên P).

Rõ ràng là:

Không có học sinh mẫu giáo nào là đoàn viên TNCS.

S và P không giao nhau.

"Học sinh mẫu giáo" và " đoàn viên TNCS " là hai khái niệm tách rời.

2.5- Quan hệ mâu thuẫn

Đây là *trường hợp riêng của quan hệ tách rời.*

Hai khái niệm mâu thuẫn là hai khái niệm tách rời mà ngoại diên của chúng hợp lại thì bằng ngoại diên của một khái niệm rộng hơn.

Thí dụ: " giáo viên nam " và " giáo viên nữ " là hai khái niệm tách rời, và ngoại diên của chúng gộp lại thì bằng ngoại diên của khái niệm rộng hơn là khái niệm " giáo viên "." Giáo viên nam " và " giáo viên nữ " là hai khái niệm mâu thuẫn.

3.- ĐỊNII NGIIĨA KIIÁI NIỆM

Yêu cầu cơ bản của việc trình bày bất cứ khoa học nào là trước hết phải xác định một cách rõ ràng và chính xác tất cả các khái niệm gặp trong khoa học ấy; mỗi khi dùng một từ nào để diễn tả một khái niệm mới từ trước đến nay chưa hề xét đến thì phải làm thế nào cho mọi người hiểu từ ấy một cách đúng đắn, phải vạch rõ nội hàm của khái niệm ứng với từ ấy; mỗi khi dùng một kí hiệu mới, phải qui định rõ ý nghĩa của kí hiệu ấy.

Đó là vấn đề *định nghĩa khái niệm.*

Trong các văn kiện chính trị, các văn kiện quản lí nhà nước, nhiều khi phải định nghĩa một số khái niệm quan trọng.

Thí dụ trong chỉ thị ngày 12.3.1945 của Ban Thường vụ Trung ương Đảng Cộng sản Đông Dương (" Nhật, Pháp bắn nhau và hành động của chúng ta") có đoạn viết :

> *Chính biến ngày 9.3.1945 là một cuộc đảo chính (nghĩa là bọn thống trị này giật quyền của bọn thống trị kia để lên thay).*

Như vậy, ở đây đã giải thích rõ thế nào là " đảo chính ", đã định nghĩa khái niệm " đảo chính ".

Trong bản " Điều lệ về sáng kiến cải tiến kĩ thuật, hợp lí hóa sản xuất và sáng chế " ban hành theo nghị định số 31 CP ngày 23.1.81 của Hội đồng Chính phủ đã dành đến 5 điều ở chương I để định nghĩa khái niệm " sáng kiến ", và 4 điều ở chương II để định nghĩa khái niệm " sáng chế "; đó là điều rất quan trọng, vì nếu không rõ thế nào là " sáng kiến ", thế nào là " sáng chế " thì không thể nói đến việc khen thưởng " sáng kiến " và " sáng chế " được.

Trong nhiều bộ luật, trước hết phải xác định rõ các khái niệm tương ứng. Thí dụ trong luật hình sự, các " tội hình sự " được định nghĩa rõ; trong luật phá sản doanh nghiệp, trước hết đã định nghĩa thế nào là một doanh nghiệp bị phá sản.

Trong công tác, trong sinh hoạt và giao tiếp hàng ngày, luôn luôn cần thiết phải sáng tỏ, phải thống nhất với nhau về định nghĩa của nhiều khái niệm.

Vấn đề định nghĩa khái niệm là một vấn đề rất phức tạp, gắn liền với sự phát triển của ngành khoa học, ngành hoạt động tương ứng. Những điều trình bày ngắn gọn sau đây, trong một chừng mực nào đó, cũng đã có những khía cạnh vượt ra khỏi khuôn khổ của logic học.

3.1- Cấu trúc logic của định nghĩa

Một định nghĩa thường có dạng như sau :

"..... là ....."

Khái niệm được định nghĩa hay Definiendum — *Khái niệm định nghĩa hay Definiens*

Thí dụ khái niệm " hàng hóa " được định nghĩa như sau (xem Từ điển Tiếng Việt, Trung Tâm Từ điển học, 1994):

Hàng hóa là sản phẩm do lao động làm ra, dùng để buôn bán trên thị trường.

" Hàng hóa " là khái niệm được định nghĩa(*Definiendum*).

" Sản phẩm do lao động làm ra, dùng để buôn bán trên thị trường" là khái niệm định nghĩa (*Definiens*).

Thay cho từ " là ", người ta còn dùng kí hiệu

$= _{def}$ hay $\doteq _{dn}$

(đọc : " là ", " bằng, theo định nghĩa ")

Một định nghĩa có dạng

Khái niệm được định nghĩa $= _{def}$ *Khái niệm định nghĩa*

Definiendum $= _{def}$ *Definiens*

Hàng hóa $= _{def}$ sản phẩm do lao động làm ra, dùng để buôn bán trên thị trường.

" Khái niệm được định nghĩa " (*Definiendum*) là khái niệm mới, khái niệm cần sáng tỏ với người đọc. Trong " khái niệm định nghĩa " (*Definiens*), người ta nêu lên các dấu hiệu nhằm phân biệt *Definiendum* với những khái niệm khác (gần gũi với nó) đã được biết.

Phần *Definiens* có nhiều cấu trúc logic khác nhau, liên quan

đến việc sử dụng các liên từ khác nhau (và cả lượng từ) . Một số cấu trúc logic của định nghĩa được sáng tỏ qua các thí dụ sau:

Thí dụ 1- Trở lại định nghĩa :

Hàng hóa là sản phẩm do lao động làm ra,
dùng để buôn bán trên thị trường.

Trong *Definiens*, trước hết ta nêu ra khái niệm coi như đã được biết rõ, đó là " sản phẩm do lao động làm ra" :

Hàng hóa là sản phẩm do lao động làm ra...

" Sản phẩm do lao động làm ra" là khái niệm rộng hơn khái niệm " hàng hóa "(xem hình 3.1).

Sản phẩm do lao động làm ra

dùng để	
buôn bán	

Hình 3.1

Tiếp theo, ta chỉ ra dấu hiệu để phân biệt *Definiendum* ("hàng hoá") với các khái niệm khác nằm trong khái niệm rộng hơn. Trong trường hợp này, dấu hiệu đó là " dùng để buôn bán trên thị trường" (phân biệt với sản phẩm do lao động làm ra để trực tiếp xử dụng).

Ta có thể viết định nghĩa dưới dạng hàm phán đoán

(x là hàng hóa) = def *(x là sản phẩm do lao động làm ra)*
và (x được dùng để buôn bán trên thị trường)

Gọi S(x): x là hàng hóa,

P(x): x là sản phẩm do lao động làm ra,

Q(x): x được dùng để buôn bán trên thị trường.

Thế thì ta có

$$S(x) =_{def} P(x) \wedge Q(x)$$

Đây là cấu trúc logic tiêu biểu cho rất nhiều định nghĩa trong các khoa học và trong các hoạt động, nhằm định nghĩa những khái niệm mới, hẹp hơn những khái niệm đã biết. Người ta cũng gọi đây là định nghĩa bằng cách *nêu ra chủng và sự khác nhau về loại*, theo công thức:

Khái niệm được định nghĩa = chủng

∧ sự khác nhau về loại

Có thể dẫn ra, chẳng hạn :

Tục ngữ là câu ngắn gọn,

(∧) thường có vần điệu,

(∧) đúc kết tri thức, kinh nghiệm sống và đạo đức thực tiễn của nhân dân.

Đồng dao là lời hát dân gian truyền miệng

(∧) của trẻ em,

(∧) thường kèm theo một trò chơi nhất định.

Quan sát là tri giác

(∧) có chủ định. (tâm lí học)

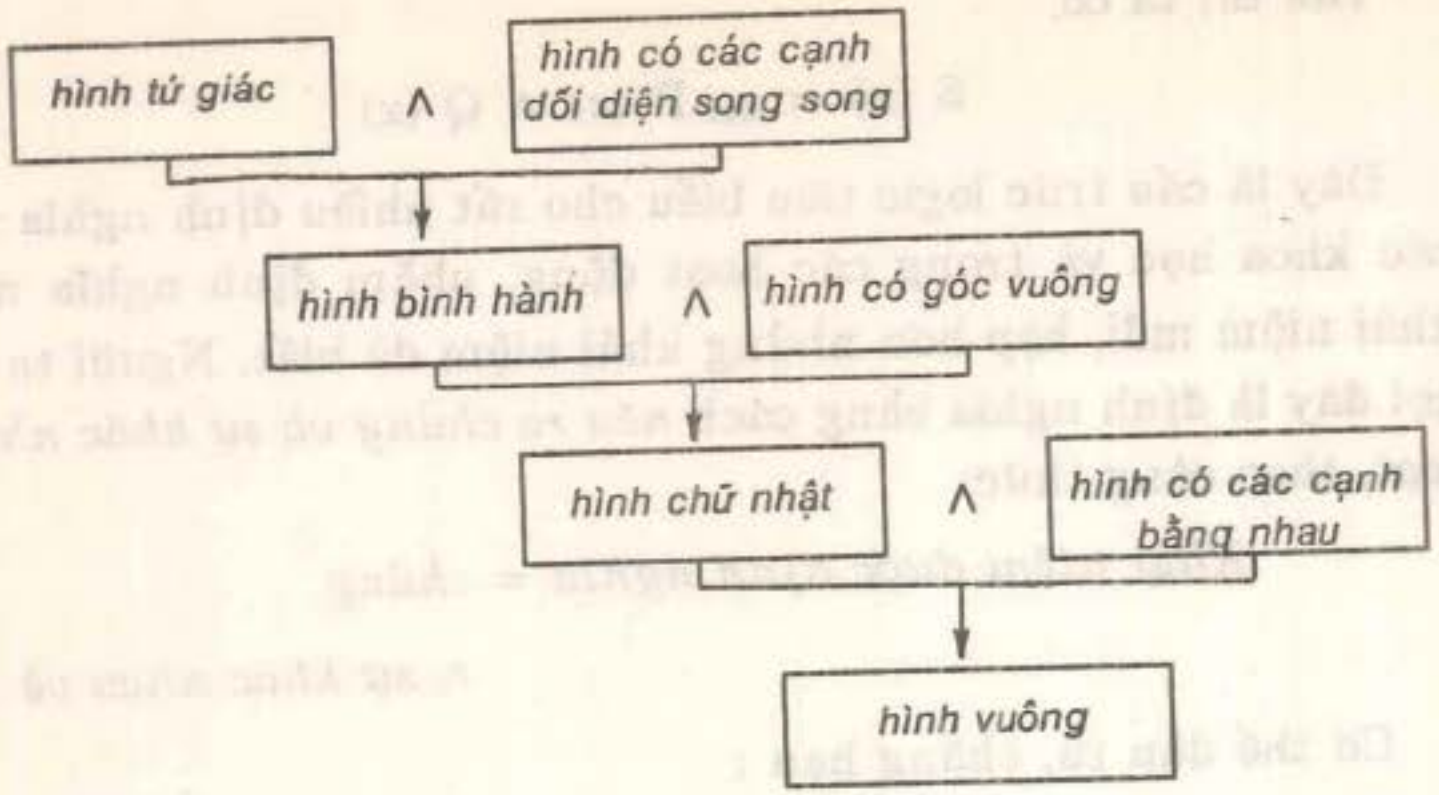
Chất polime là hợp chất

(∧) có khối lượng phân tử và kích thước phân tử rất lớn. (hóa học)

Trong hình học sơ cấp, xuất phát từ khái niệm " tứ giác ", ta đã định nghĩa các khái niệm hẹp dần :

Hình bình hành - hình chữ nhật - hình vuông.

Có thể thấy rõ cấu trúc của các định nghĩa này qua sơ đồ sau (chú ý dấu của phép hội : ∧) :



Sơ đồ ghi lại các định nghĩa sau đây :

Hình bình hành là hình tứ giác

và là hình có các cạnh đối diện song song.

Hình chữ nhật là hình bình hành

và là hình có góc vuông.

Hình vuông là hình chữ nhật

và là hình có các cạnh bằng nhau.

Thí dụ 2. Xét định nghĩa :

Tội hối lộ bao gồm tội nhận hối lộ, đưa hối lộ và môi giới hối lộ.

Ở đây, khác với định nghĩa về hàng hóa trong thí dụ 1, *Definiendum* (tội hối lộ) là khái niệm rộng hơn các khái niệm nêu ra ở *Definiens* (tội nhận hối lộ, tội đưa hối lộ, tội môi giới hối lộ).

Ta có thể viết định nghĩa dưới dạng :

(x phạm tội hối lộ) = def *(x phạm tội nhận hối lộ)*

hoặc (x phạm tội đưa hối lộ)

hoặc (x phạm tội môi giới hối lộ)

Tội hối lộ

Tội nhận hối lộ	*Tội đưa hối lộ*	*Tội môi giới hối lộ*

Hình 3.2

Có thể so sánh hai hình 3.1 và 3.2 để thấy sự khác nhau giữa cấu trúc logic của hai định nghĩa; trong trường hợp thứ nhất thì " sản phẩm do lao động làm ra" là khái niệm đã biết và ta định nghĩa khái niệm hẹp hơn nó là "hàng hóa"; trong trường hợp thứ hai thì "tội nhận hối lộ", "tội đưa hối lộ", "tội môi giới hối lộ" đều đã biết và từ đó ta định nghĩa "tội hối lộ" là một khái niệm rộng hơn.

Gọi S(x): x phạm tội hối lộ;

P(x): x phạm tội nhận hối lộ,

Q(x): x phạm tội đưa hối lộ,

R(x): x phạm tội mối giới hối lộ.

Ta có:

$$S(x) =_{def} P(x) \vee Q(x) \vee R(x)$$

Đây là cấu trúc của một số định nghĩa, nhằm định nghĩa những khái niệm rộng hơn những khái niệm đã biết.

Có thể dẫn ra một số thí dụ của các định nghĩa theo cấu trúc này: trong phần đầu của giáo trình chủ nghĩa duy vật lịch sử, ta xuất phát từ những khái niệm " đối tượng lao động ", " công cụ lao động " để xây dựng những khái niệm rộng hơn:

tư liệu lao động - tư liệu sản xuất - lực lượng sản xuất.

Việc phân biệt các liên từ logic "và, hoặc" có ý nghĩa rất quan trọng để hiểu đúng về định nghĩa của khái niệm.

Từ định nghĩa của khái niệm "hàng hoá", ta có thể nói:

Hàng hoá là một loại sản phẩm do lao động làm ra.

(Có sản phẩm do lao động làm ra mà không phải là hàng hoá)

Nhưng từ định nghĩa của khái niệm "tội hối lộ", không thể nói:

Tội hối lộ là một loại tội nhận hối lộ.

mà phải nói ngược lại:

Tội nhận hối lộ là một loại tội hối lộ.

(Có người phạm tội hối lộ mà không phải là tội nhận hối lộ)

Thí dụ 3- Xét định nghĩa:

Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng đồng phẳng và không cắt nhau.

(đồng phẳng tức là cùng ở trong một mặt phẳng).

Ở đây, trong cấu trúc của *Definiens* có hai liên từ logic là "và" và " không". Có thể viết định nghĩa trên dưới dạng:

x song song với y $=_{\text{def}}$ *x đồng phẳng với y*

và x không cắt y.

Ta còn gặp nhiều định nghĩa có cấu trúc logic phức tạp hơn, có khi phải dùng đến các lượng từ. Thí dụ:

a là bội số của b $=_{\text{def}}$ *có một số q sao cho* $a = bq$.

Đương nhiên, trong định nghĩa của nhiều khái niệm, các liên từ không có ý nghĩa của liên từ logic.Thí dụ trong đinh nghĩa sau đây: "Phương thức sản xuất là sự thống nhất giữa lực lượng sản xuất và quan hệ sản xuất trong quá trình sản xuất của cải vật chất ", liên từ "và" không có ý nghĩa của phép hội.

Chú ý: 1) Từ " là " ($=_{\text{def}}$) trong định nghĩa nhiều khi được thay bằng "nếu" hoặc "khi và chỉ khi". Thí dụ:

Hai đường thẳng song song

nếu (khi và chỉ khi) chúng đồng phẳng và không cắt nhau.

Số a là bội số của số b

nếu (khi và chỉ khi) có một số q sao cho a = bq.

Hai khái niệm là đồng nhất

nếu (khi và chỉ khi) chúng có cùng ngoại diên.

Hội của hai phán đoán P,Q là một phán đoán đúng

khi và chỉ khi cả hai phán đoán P và Q đều đúng.

Tuyển của hai phán đoán P,Q là một phán đoán sai

khi và chỉ khi cả hai phán đoán P và Q đều sai.

2) Trong nhiều trường hợp, có thể phát biểu định nghĩa dưới dạng:

Definiens được gọi là *Definiendum* .

Thí dụ:

Sản phẩm do lao động làm ra để buôn bán trên thị trường *được gọi là* hàng hóa.

Hai khái niệm có cùng ngoại diên *được gọi là* hai khái niệm đồng nhất.

3.2- Các quy tắc của định nghĩa

Quy tắc 1- *Trong Definiens chỉ được sử dụng những khái niệm đã biết, đã được định nghĩa từ trước.*

Rõ ràng là nếu trong *Definiens* ta nêu lên một khái niệm chưa được biết thì nội hàm của khái niệm được định nghĩa (*Definiendum)* không được xác định, và nhiệm vụ của định nghĩa không được thực hiện.

Vi phạm quy tắc này có thể đưa đến các loại sai lầm:

a) *Định nghĩa vòng quanh*: Dùng khái niệm P (*x*) để định nghĩa

S (x), rồi lại dùng S (x) để định nghĩa P (x). Thí dụ: ta xem xét đối thoại sau đây:

- *Góc vuông là gì?*

- *Góc vuông là góc bằng 90°.*

- *Độ là gì?*

- *Độ là số đo của góc bằng 1/90 của góc vuông.*

Các câu trả lời không cho biết gì về các khái niệm "góc vuông" và "độ" cả; đó là các định nghĩa vòng quanh.

b) *Định nghĩa lẩn quẩn*: Dùng chính S(x) để định nghĩa S(x). Thí dụ:

Tội phạm là kẻ phạm tội.

Nói chung, các định nghĩa phải tuân theo quy tắc 1. Tuy nhiên, có tình hình sau đây: để định nghĩa khái niệm S(x), ta dựa vào khái niệm R(x), để định nghĩa R(x) ta dựa vào Q(x), để định nghĩa Q (x), ta dựa vào P(x)... Nếu dùng dấu ← để chỉ " dựa vào", ta có

$$S(x) \leftarrow R(x) \leftarrow P(x) \leftarrow Q(x) \leftarrow \ldots$$

Thí dụ:

hình vuông ← chữ nhật ← bình hành ←
tứ giác ← đường gấp khúc ←...

Rõ ràng là không thể kéo dài mãi như vậy được, mà phải có những khái niệm xuất phát, không được định nghĩa, từ đó xây dựng các khái niệm khác. Mỗi khoa học đều có một số khái niệm xuất phát, gọi là những *khái niệm cơ bản*, được xác định không phải bằng định nghĩa, mà bằng cách nêu lên quan hệ giữa các khái niệm đó với nhau, hoặc bằng cách mô tả, v.v...

Thí dụ: trong hình học, các khái niệm cơ bản là điểm, đường thẳng, mặt phẳng... Đó là những khái niệm không định nghĩa. Trong toán học sơ cấp thì người ta mô tả các khái niệm này (thí

dụ: " Mặt hồ phẳng lặng cho ta hình ảnh của một mặt phẳng "), còn trong toán học cao cấp thì người ta nêu lên quan hệ giữa các khái niệm đó thông qua các tiên đề.

Các khái niệm " nội hàm ", " ngoại diên của khái niệm " gắn bó với nhau rất chặt chẽ (xem lại 1.1 và 1.2), chỉ có thể hiểu chúng trong một thể thống nhất, trong mối quan hệ giữa khái niệm này với khái niệm kia mà thôi: phải hiểu nội hàm qua ngoại diên (lớp các đối tượng được phản ánh trong khái niệm) và ngược lại, phải hiểu ngoại diên qua nội hàm (các dấu hiệu chung được phản ánh trong khái niệm).

Trong triết học, V.I.Lenin đã từng giải thích:

> *" Vật chất là cái gì tác động vào giác quan ta thì gây ra cảm giác "* và *" Cảm giác là một hình ảnh của vật chất đang vận động".*

Quy tắc 2- *Định nghĩa phải tương xứng*, nghĩa là khái niệm được định nghĩa (*Definiendum*) và khái niệm định nghĩa (*Definiens*) phải đồng nhất (có cùng ngoại diên).

Vi phạm quy tắc này có thể đưa đến:

a) *Định nghĩa quá rộng*, khi *Definiens* rộng hơn *Definiendum*.

Thí dụ:

Hình chữ nhật là tứ giác có hai góc vuông

là định nghĩa quá rộng, ngoại diên của khái niệm "tứ giác có hai góc vuông" rộng hơn ngoại diên của khái niệm "hình chữ nhật" (hình thang vuông có hai cạnh bên không song song không phải là hình chữ nhật).

b) *Định nghĩa quá hẹp*, khi *Definiens* hẹp hơn *Definiendum*.

Thí dụ:

Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.

là định nghĩa quá hẹp, ngoại diên của khái niệm "tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau" hẹp hơn ngoại diên của khái niệm "hình chữ nhật" (hình chữ nhật không nhất thiết phải có bốn cạnh bằng nhau).

Cần chú ý rằng quy tắc 2 (định nghĩa phải tương xứng) gắn liền với việc mọi người đều hiểu như nhau về khái niệm được định nghĩa (*Definiendum*), kể cả người phát biểu định nghĩa đó.

Tuy nhiên, có những trường hợp mà một từ lại phản ánh những khái niệm khác nhau, tùy theo quan điểm của tác giả.

Thí dụ- Khái niệm " hình thang " trong hình học ở trường phổ thông.

Sách giáo khoa Hình học lớp 8 trước đây định nghĩa:

(1) *Hình thang là hình tứ giác có hai cạnh song song và hai cạnh kia không song song.*

Sách giáo khoa mới (cải cách giáo dục) lại định nghĩa:

(2) *Hình thang là hình tứ giác có hai cạnh song song.*

Định nghĩa (1) khác định nghĩa (2) ở chỗ: trong *Definiens* có thêm dấu hiệu " hai cạnh kia không song song". *Definiens* trong định nghĩa (1) hẹp hơn *Definiens* trong định nghĩa (2).

Như vậy, nếu theo định nghĩa (2) thì hình bình hành là một trường hợp riêng của hình thang, khái niệm "hình bình hành" hẹp hơn khái niệm "hình thang "; nhưng nếu theo định nghĩa (1) thì hình bình hành không phải là một hình thang, khái niệm" hình bình hành " và khái niệm "hình thang" là hai khái niệm tách rời.

Ta *không thể nói rằng định nghĩa nào là đúng, định nghĩa nào là sai*. Hai đối tượng khác nhau ("tứ giác có hai cạnh song song" và "tứ giác có hai cạnh song và hai cạnh kia không song song") được hai người đặt cho cùng một tên là "hình thang", không thể nói ai đặt tên đúng, ai đặt tên sai được ! Ta chỉ có thể

xét xem định nghĩa nào hợp lí hơn về mặt này hay mặt khác (điều này không đơn giản chút nào và không thuộc phạm vi của logic học).

Trong một số ngành khoa học, nhất là những ngành khoa học xã hội và những ngành khoa học còn trẻ, đang phát triển, nhiều khái niệm quan trọng chưa được mọi người hiểu như nhau, và có tình trạng mỗi tác giả định nghĩa khái niệm theo quan điểm của mình.

Trong quá trình phát triển của các khoa học, dần dần người ta thống nhất được với nhau về nhiều khái niệm quan trọng, nhưng luôn luôn nảy sinh những vấn đề mới, những khái niệm mới, được xem xét ở nhiều khía cạnh khác nhau, với những quan điểm khác nhau.

Quy tắc 3- *Định nghĩa cần ngắn gọn*, không chứa đựng những dấu hiệu có thể suy ra được từ những dấu hiệu khác đã được nêu lên trong định nghĩa.

Thí dụ: Xét định nghĩa:

Hình tam giác đều là hình tam giác
có ba cạnh bằng nhau và ba góc bằng nhau.

Ai cũng biết rằng một tam giác có ba cạnh bằng nhau thì cũng có ba góc bằng nhau, và ngược lại, nếu tam giác đã có ba góc bằng nhau thì cũng có ba cạnh bằng nhau. Như vậy, trong *Definiens* của định nghĩa trên đây, có thể bỏ đi một trong hai dấu hiệu: "có các cạnh bằng nhau" và "có các góc bằng nhau", nghĩa là định nghĩa cần được phát biểu ngắn gọn:

Hình tam giác đều là hình tam giác
có ba cạnh bằng nhau.

hoặc:

Hình tam giác đều là hình tam giác
có ba góc bằng nhau.

Một định nghĩa tuân theo qui tắc 3 là rất tiện lợi, làm rõ dấu hiệu chủ yếu, đặc trưng nhất của khái niệm.

Tuy nhiên, V.I.Lenin đã chỉ rõ:

> "... những định nghĩa quá vắn tắt, dù là tiện lợi, vì nó tổng kết cái chủ yếu, vẫn không đủ, một khi mà từ định nghĩa ấy cần phải đặc biệt nêu ra những nét rất bản chất của hiện tượng cần định nghĩa... "

Với ý nghĩa ấy mà V.I.Lenin đã nói về định nghĩa phép biện chứng như sau:

> *Người ta có thể định nghĩa vắn tắt phép biện chứng là lí luận về sự thống nhất của các mặt đối lập. Như thế người ta sẽ nắm được hạt nhân của phép biện chứng; nhưng điều đó đòi hỏi phải có những sự giải thích và một sự phát triển thêm.*

Đối với việc giảng dạy các bộ môn khoa học trong nhà trường, vì lí do sư phạm, để khắc sâu một số dấu hiệu bản chất của khái niệm gắn liền với định nghĩa, người ta không ngần ngại phải vi phạm quy tắc 3 trên đây. Thí dụ có nhà toán học nổi tiếng đã đưa ra định nghĩa sau đây về đường thẳng song song:

> *Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và không cắt nhau dù kéo dài chúng đến vô tận.*

Ở đây, dấu hiệu "dù kéo dài chúng đến vô tận" là thừa, vì đã nói đến đường thẳng là phải hiểu nó được " kéo dài đến vô tận " rồi. Cũng vì lí do sư phạm, mà nhiều sách giáo khoa vẫn đưa ra định nghĩa:

> *Hình chữ nhật là hình bình hành có bốn góc vuông.*

tuy rằng chỉ cần nói là " hình bình hành có một góc vuông " hoặc là " hình tứ giác có bốn góc vuông " là đủ.

3.3 - Một số điểm cần lưu ý về định nghĩa các khái niệm

1) Định nghĩa đúc kết nhận thức của con người về khái niệm, vì vậy trong quá trình phát triển của xã hội, của khoa học, nhiều khái niệm được chính xác hóa, định nghĩa của chúng được bổ sung, được thay đổi, nhiều khái niệm mới ra đời. Vì vậy việc tuân thủ các quy tắc của định nghĩa gắn liền với những kiến thức liên quan đến khái niệm đó.

2) Trong nhiều trường hợp, do yêu cầu của công việc, người ta sử dụng không phải định nghĩa chính xác của một khái niệm, mà đưa ra một *định nghĩa để làm việc*, một định nghĩa chỉ có ý nghĩa hạn chế trong một phạm vi và yêu cầu nhất định.

Thí dụ- Trong các văn bản về quản lí nhà nước, nhiều khái niệm cần được sáng tỏ trong một phạm vi và yêu cầu nhất định. Như trong bản "Điều lệ về sáng kiến cải tiến kĩ thuật, hợp lí hóa sản xuất và sáng chế " (ban hành theo Nghị định số 31CP ngày 23.1.81 của Hội đồng Chính phủ) có nhiều định nghĩa, chẳng hạn:

> " Sáng kiến cải tiến kĩ thuật, hợp lí hóa sản xuất, *công nhận theo điều lệ này* (tôi nhấn mạnh - H.Chúng) là một giải pháp kĩ thuật, hoặc giải pháp tổ chức sản xuất mới, có khả năng áp dụng và mang lại lợi ích thiết thực cho cơ quan, đơn vị nhận đăng kí".

- Trong các sách giáo khoa phổ thông, do những hạn chế về trình độ học sinh, những yêu cầu về sư phạm, người ta không thể đưa ra những định nghĩa chính xác, hiện đại về nhiều khái niệm, mà phải tìm tòi để đưa ra những định nghĩa thích hợp; những định nghĩa này có ý nghĩa hạn chế trong phạm vi trường phổ thông và với những yêu cầu sư phạm nhất định.

- Trong đời sống, có nhiều vấn đề quan trọng mà mọi người cần có một khái niệm khá rõ ràng, nhưng nói chung là không cần

(và nhiều khi là không thể hiểu) một định nghĩa thật chính xác về khái niệm đó, mà chỉ cần một " *định nghĩa để làm việc* ".

Thí dụ- Máy vi tính là một thành tựu vĩ đại của khoa học kĩ thuật và đang trở thành một bộ phận của cuộc sống hàng ngày của mỗi chúng ta; nhưng máy vi tính là gì ?

> "... một định nghĩa kĩ thuật chính xác thường không cần thiết. Đối với phần đông chúng ta, chỉ cần nói rằng máy vi tính là một cái máy tính nhỏ, tương đối không đắt tiền mà có thể đặt trên bàn làm việc trong gia đình, ở văn phòng hay tại nơi làm việc và có thể cắm ngay vào ổ cắm điện trong tường (khác với những máy tính lớn hay máy tính mini thường đòi hỏi một phòng riêng với hệ thống điện đặc biệt và thiết bị điều hòa điều kiện môi trường xung quanh). Cái lợi chính của máy vi tính là nó là một phương tiện rẻ tiền và tiện lợi để đưa sức mạnh tính toán đến tay người cần đến nó " *(Tập san " Vận trù học và nghiên cứu hệ thống ", Viện Toán học, số 37, tr. 108).*

4. PHÂN CHIA KIIÁI NIỆM VÀ PHÂN LOẠI

4.1- *Phân chia một khái niệm S(x) là vạch rõ các khái niệm hẹp hơn (khái niệm loại) P(x), Q(x), R(x)... của khái niệm đó.*

Việc phân chia khái niệm giúp hiểu sâu ngoại diên của khái niệm và trong chừng mức nhất định, việc phân chia khái niệm cũng giúp hiểu thêm nội hàm của khái niệm. Trong một số trường hợp, một khái niệm chỉ có thể hiểu được thông qua việc phân chia khái niệm ấy.

Kết quả phân chia khái niệm được phát biểu dưới dạng

S(x) được phân chia thành P(x), Q(x) và R(x)

hay là

S(x) gồm có P(x), Q(x) và R(x).

S(x) gồm các loại P(x), Q(x) và R(x).

Thí dụ:

- Khái niệm "góc" được phân chia thành: góc nhọn, góc vuông và góc tù.
- Truyện cổ tích gồm có : truyện cổ tích về loài vật, truyện cổ tích thần kì và truyện cổ tích thế tục (chuyện cổ tích trong thế giới trần tục).

4.2- *Phân loại là phân chia một lớp (tập hợp) các đối tượng cho trước thành những lớp (tập hợp) nhỏ hơn, dựa trên cơ sở một dấu hiệu chung.*

Thí dụ:

- Phân loại tất cả các sách trong một thư viện thành những sách tiếng Việt, tiếng Nga, tiếng Anh, tiếng Pháp, v.v... (dấu hiệu chung: cùng một thứ tiếng).
- Phân loại học sinh trong một lớp học, căn cứ vào học lực, thành học sinh giỏi, khá, trung bình, yếu, kém.
- Phân loại các nguyên tố hóa học theo bảng tuần hoàn Mendeleev.

Giữa phân chia khái niệm và phân loại nhiều khi không có sự phân biệt rõ ràng, người ta thường dùng phân loại theo nghĩa phân chia khái niệm.

Việc phân chia khái niệm và phân loại phải tuân thủ một số qui tắc nhất định.

4.3- Các quy tắc phân chia khái niệm và phân loại

Quy tắc 1- *Sự phân chia (phân loại) phải triệt để, không được sót.*

Nếu S(x) được phân chia thành P(x), Q(x) và R(x)

thì các ngoại diên P, Q, R hợp lại phải đúng bằng S.

$$P \cup Q \cup R = S$$

Thí dụ: nếu chia góc thành góc nhọn và góc tù thì đã bỏ sót góc vuông.

Quy tắc 2- *Sự phân chia (phân loại) không được trùng lặp, nghĩa là các khái niệm thành phần (sau khi phân chia) từng đôi một phải tách rời.*

Nếu S(x) được phân thành P(x), Q(x) và R(x)

thì phải có $P \cap Q = \varnothing$, $P \cap R = \varnothing$ và $Q \cap R = \varnothing$

Thí dụ- Nếu chia các cuộc chiến tranh thành: chiến tranh phi nghĩa, chiến tranh chính nghĩa và chiến tranh giải phóng dân tộc, thì sự phân chia là trùng lặp, vì chiến tranh giải phóng dân tộc thuộc chiến tranh chính nghĩa, hai khái niệm "chiến tranh giải phóng dân tộc" và " chiến tranh chính nghĩa" không phải là tách rời.

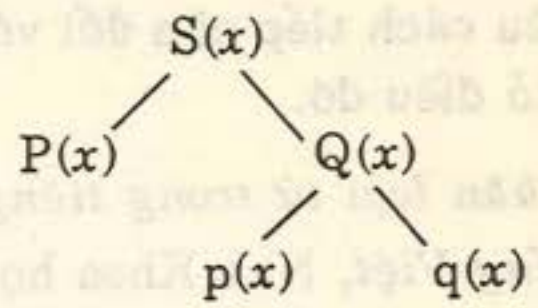
Nếu nói: *"Ngày 9-1 là ngày học sinh và học sinh đại học toàn quốc"* thì ta đã vi phạm quy tắc này trong sự phân chia khái niệm học sinh. Nếu hiểu "học sinh" bao gồm cả "học sinh đại học" thì chỉ cần nói "Ngày 9-1 là ngày học sinh toàn quốc"; còn nếu hiểu "học sinh" và "học sinh đại học" là hai khái niệm tách rời thì nên dùng từ "sinh viên" thay cho "học sinh đại học".

Quy tắc3- *Sự phân chia (phân loại) không được dựa cùng một lúc vào những dấu hiệu khác nhau.*

Thí dụ- Nếu phân loại việc kiểm tra kiến thức học sinh thành: "kiểm tra viết, kiểm tra miệng, kiểm tra 1 giờ, kiểm tra 15 phút" thì cùng một lúc đã dựa vào hai dấu hiệu: cách thức kiểm tra (viết, miệng) và thời gian kiểm tra (1 giờ, 15 phút); và vì vậy

cách phân loại này cũng vi phạm quy tắc 2 (kiểm tra 15 phút có thể là viết hay miệng).

Quy tắc 4- *Sự phân chia (phân loại) phải liên tục*, nghĩa là nếu S(*x*) được phân chia như trong hình 4.1 thì phải nói: S(*x*) gồm có P(*x*) và Q(*x*), và Q (*x*) lại gồm có p(*x*) và q(*x*). Không được nói: S(*x*) gồm có P(*x*), p(*x*) và q(*x*).



Hình 4.1

Thí dụ nếu nói:"Sinh vật gồm có thực vật, người và động vật khác" là phân chia không liên tục. Phải nói: "Sinh vật gồm có thực vật, động vật; trong động vật có người và các động vật khác."

Người ta thường dùng một cách phân chia khái niệm (phân loại) đặc biệt là *cách phân đôi* (còn gọi là *nhị phân*): mỗi lần căn cứ vào một dấu hiệu để chia khái niệm thành hai khái niệm mâu thuẫn; cách phân chia này bảo đảm tuân thủ đầy đủ bốn qui tắc nói trên.

Thí dụ- Với các phán đoán dạng SaP, SiP, SeP, SoP, ta có thể phân loại như sau: phân đôi thành phán đoán khẳng định ("...là...") và phán đoán phủ định ("...không là..."), rồi mỗi phán đoán này (khẳng định, phủ định) lại phân đôi thành phán đoán chung ("Mọi...") và phán đoán riêng ("Một số..."). Ta có:

phán đoán
- *khẳng định*
  - *chung* (SaP)
  - *riêng* (SiP)
- *phủ định*
  - *chung* (SeP)
  - *riêng* (SoP)

Vấn đề phân loại trong khoa học là vấn đề rất phức tạp. Điều cơ bản là vạch ra những dấu hiệu phân loại, nhằm phân biệt trong khái niệm, trong đối tượng nghiên cứu, cái chung với cái riêng, cái bản chất với cái ngẫu nhiên, mặt lí luận với mặt thực tiễn, v.v... , những vấn đề này vượt ra ngoài phạm vi của logic học.

Đối tượng nghiên cứu bao giờ cũng phải được xem xét ở nhiều góc độ, phải có nhiều cách tiếp cận đối với việc phân loại. Thí dụ sau đây giúp sáng tỏ điều đó.

Phân loại từ trong tiếng Việt

(theo Ngữ pháp tiếng Việt, Nxb Khoa học xã hội, Hà nội, 1983)

Có nhiều cách phân loại, theo nhiều dấu hiệu:

1. Theo *chữ cái đầu từ* (cách phân loại để xếp các từ trong từ điển)

2. Theo *cấu tạo từ*

a) *Từ một tiếng* (thí dụ: người, xe)

b) *Từ nhiều tiếng*

- *từ láy* (thí dụ: lơ thơ, gập gềnh)

- *từ ghép* (đất nước, học tập)

- *loại khác*, không phải láy, không phải ghép (xà phòng, logic).

3. Theo *loại từ*

a) *Thực từ* (thí dụ: xe, chạy, nhanh)

- *danh từ* (xe)

- *động từ* (chạy)

- *tính từ* (nhanh)

b) *Hư từ* (thí dụ: sẽ, đã, và, thì)

- *phụ từ* (sẽ, đã)

- *kết từ* hay *liên từ* (và, thì)

c) *Loại khác*, không phải thực từ mà cũng không phải hư từ

- *đại từ* (họ, nó)
- *trợ từ* (nhỉ, hử)
- *cảm từ* (vâng, ôi)

Có thể thấy rằng các quy tắc phân loại đã được tôn trọng.

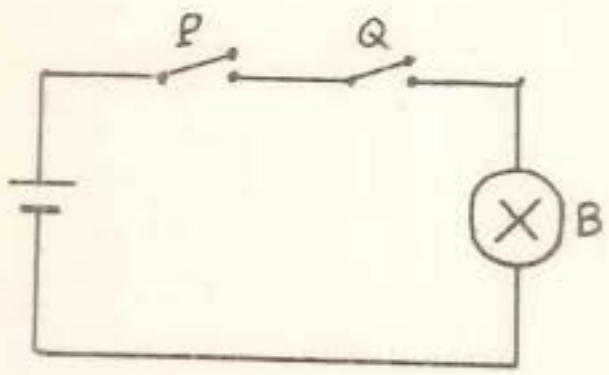
Phụ lục 2

SƠ LƯỢC VỀ ỨNG DỤNG CỦA ĐẠI SỐ PHÁN ĐOÁN

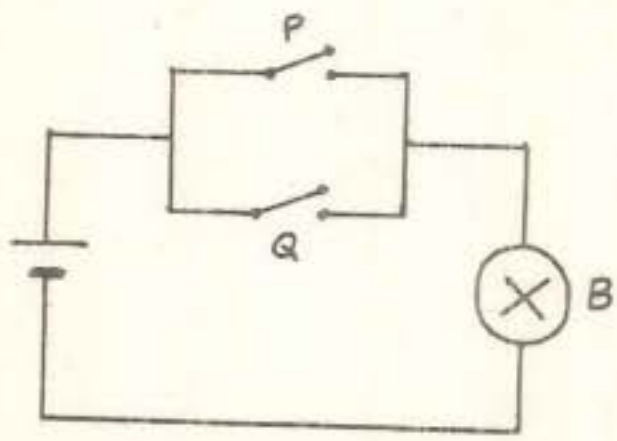
Đại số phán đoán (hay *đại số mệnh đề*, xem mục 6, ch.I)có nhiều ứng dụng vào thực tế. Có thể hình dung việc ứng dụng vào *sơ đồ mạng điện* và vào *máy tính điện tử* như sau.

1- Ta hãy xét một *sơ đồ mạng điện*, trong đó có nhiều *công-tắc* (cái ngắt điện).

Trường hợp đơn giản nhất là trong mạng điện có hai công-tắc, hai công tắc này có thể mắc theo một trong hai cách: *mắc nối tiếp* (sơ đồ 1) hoặc *mắc song song* (sơ đồ 2). Giả sử mạng điện gồm hai công-tắc P, Q và một bóng đèn B nối với nguồn điện như trong sơ đồ 1 và sơ đồ 2.



Sơ đồ 1
P và Q mắc nối tiếp



Sơ đồ 2
P và Q mắc song song

Kí hiệu: B = *Đèn B sáng.*

P = *Công-tắc P đóng.*

Q = *Công-tắc Q đóng.*

Khi hai công-tắc P, Q mắc nối tiếp (sơ đồ 1), ta có:

Đèn B sáng khi và chỉ khi

B

công-tắc P đóng đồng thời công-tắc Q đóng.

$P \quad \wedge \quad Q$

Khi hai công-tắc mắc song song (sơ đồ 2), ta có:

Đèn B sáng khi và chỉ khi ít nhất một trong hai công-tắc P, Q là đóng.

Nói cách khác:

Đèn B sáng khi và chỉ khi

B

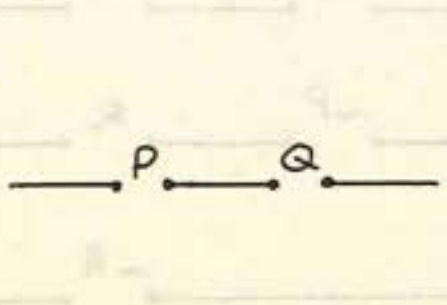
công-tắc P đóng hoặc công-tắc Q đóng.

$P \quad \vee \quad Q$

Điều ta quan tâm ở đây là phần sơ đồ chỉ chứa các công tắc, và ta có các sơ đồ 3, 4 từ các sơ đồ 1, 2. Ta nói rằng:

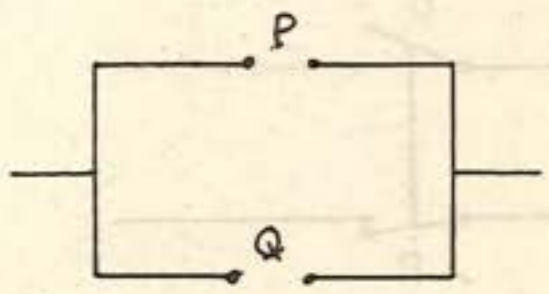
P ∧ Q (hay PQ) là *công thức ứng với sơ đồ* 3 (P, Q mắc nối tiếp)

P ∨ Q là công thức ứng với sơ đồ 4 (P, Q mắc song song)



Sơ đồ 3

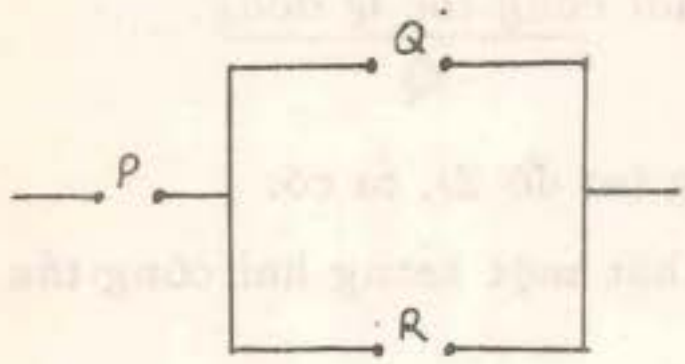
Công thức: P ∧ Q



Sơ đồ 4

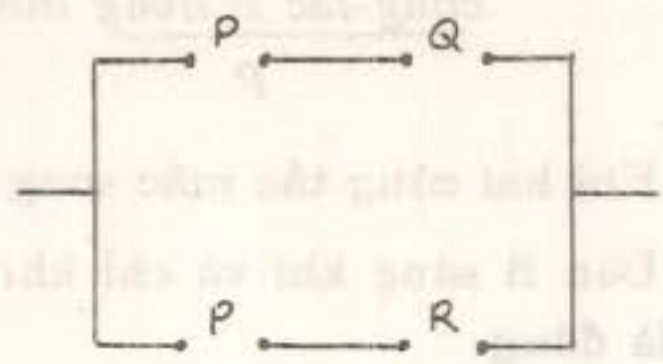
Công thức: P ∨ Q

Từ đó, dễ dàng có được công thức ứng với sơ đồ gồm nhiều hơn hai công tắc; các sơ đồ 5 và 6 là một vài thí dụ.



Sơ đồ 5

Công thức: P ∧ (Q ∨ R)
hay P (Q ∨ R)

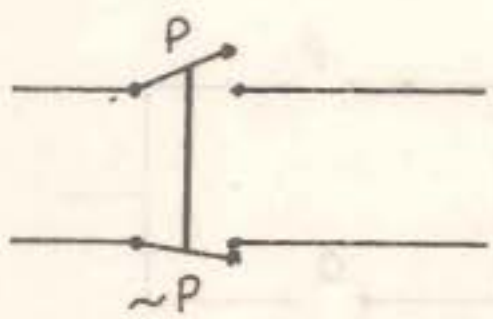


Sơ đồ 6

Công thức: (P ∧ Q) ∨ (P ∧ R)
hay PQ ∨ PR

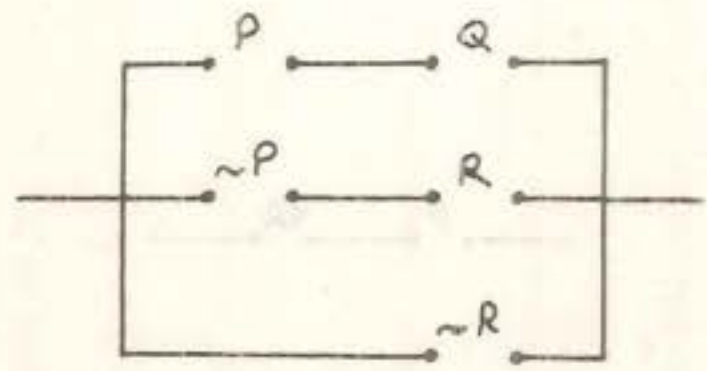
Nhiều khi cần dùng hai công-tắc P và P' có quan hệ với nhau như sau: Lúc "công-tắc P đóng" (P = đ) thì "công-tắc P' mở" (P' = s), và ngược lại. Như vậy, P và P' là phủ định của nhau:

P' = ~P hay P = ~P'. Hai công- tắc này được kí hiệu như trong sơ đồ 7. Sơ đồ 8 cho một thí dụ trong đó có các công-tắc P, ~P và R, ~R.



Sơ đồ 7

Kí hiệu của công-tắc ~P



Sơ đồ 8

Công thức: PQ ∨ ~PR ∨ ~R

Với mỗi sơ đồ công-tắc, ta tìm được một công thức, ngược lại, với mỗi công thức, ta vẽ được một sơ đồ tương ứng.

2- Xét hai sơ đồ 5 và 6. Hai công thức tương ứng là tương đương logic:

$$P(Q \vee R) = PQ \vee PR$$

Ta gọi *hai sơ đồ, tương ứng với hai công thức tương đương, là hai sơ đồ tương đương*. Hai sơ đồ tương đương có thể thay thế cho nhau mà không ảnh hưởng gì đến sơ đồ hoạt động của toàn mạng điện.

Chú ý rằng sơ đồ 5 (gồm 3 công-tắc) đơn giản hơn sơ đồ 6 (gồm 4 công-tắc).

Nhờ các phép biến đổi tương đương trong đại số phán đoán, ta có thể *biến đổi một sơ đồ công-tắc cho trước thành một sơ đồ tương đương đơn giản hơn.*

Thí dụ: sơ đồ 8 ứng với công thức $PQ \vee \sim PR \vee \sim R$.

Ta có

$$\sim PR \vee \sim R = (\sim P \vee \sim R)\,(R \vee \sim R) = \sim P \vee \sim R$$

(theo tính chất phân phối của $\vee$ đối với $\wedge$).

Do đó:

$$PQ \vee \sim PR \vee \sim R = PQ \vee \sim P \vee \sim R$$

Ta lại có:

$$PQ \vee \sim P = (P \vee \sim P)\,(Q \vee \sim P) = Q \vee \sim P$$

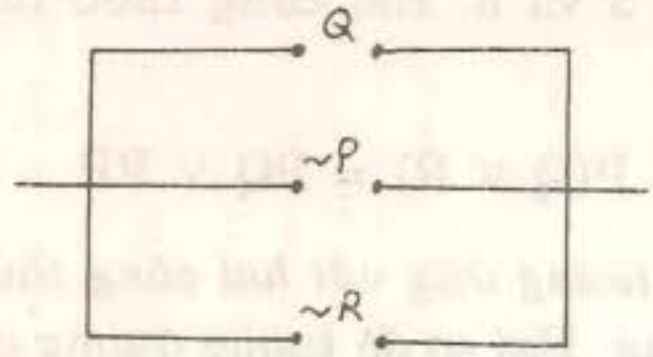
Cuối cùng:

$$PQ \vee \sim PR \vee \sim R = Q \vee \sim P \vee \sim R$$

Tương ứng với công thức

$$Q \vee \sim P \vee \sim R$$

ta có sơ đồ 9, tương đương với sơ đồ 8, nhưng đơn giản hơn (chỉ gồm 3 công-tắc).



Sơ đồ 9

Tương ứng với công thức

$Q \vee \sim P \vee \sim R$

3- Một vấn đề quan trọng khác là: *xây dựng một sơ đồ công-tắc theo những yêu cầu cho trước.*

Trong trường hợp này, ta tìm công thức thỏa các yêu cầu ấy, rồi vẽ sơ đồ ứng với công thức tìm được.

Thí dụ: Có một bóng đèn soi sáng một cầu thang lên lầu. Xây dựng một sơ đồ công-tắc để dù ở đầu cầu thang hay ở chân cầu thang đều có thể bật sáng hoặc tắt được đèn.

Đặt công-tắc P ở chân cầu thang, công-tắc Q ở đầu cầu thang, ta có thể lập được bảng sau đây:

P	*Q*	*Đèn*
đóng	*đóng*	*sáng*
đóng	*mở*	*tắt*
mở	*đóng*	*tắt*
mở	*mở*	*sáng*

Bảng làm rõ yêu cầu của bài toán: mỗi khi chuyển bất kì công-tắc nào từ đóng sang mở (hoặc từ mở sang đóng) thì đèn cũng chuyển từ sáng sang tắt hoặc từ tắt sang sáng.

Căn cứ vào bảng trên, ta có thể viết:

Đèn sáng khi và chỉ khi

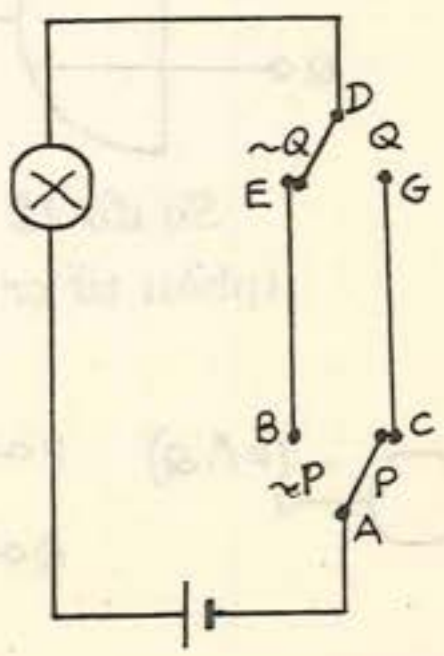
P, Q cùng đóng hoặc P, Q cùng mở

$$P \wedge Q \qquad \vee \qquad \sim P \wedge \sim Q$$

Công thức phải tìm là

$$P.Q \vee \sim P.\ \sim Q$$

Tương ứng với công thức này, ta có *sơ đồ* 10. Sơ đồ 10 cho thấy hoạt động của các công-tắc tại chân cầu thang (A) và đầu cầu thang (D). Thí dụ tại A: công-tắc luôn ở vị trí AB hoặc AC (không lơ lửng" ở giữa!), khi ở vị trí AB (~P đóng) thì nó nối A với dây dẫn BE, đồng thời ngắt A với dây dẫn CG (P mở); ngược lại khi công-tắc chuyển sang vị trí AC (P đóng) thì nó nối A với CG, đồng thời ngắt A với BE (~P mở). Tương tự như vậy với công-tắc Q và ~Q tại D. Dễ dàng thấy rằng tại A hay tại D đều có thể bật hay tắt đèn được.



Sơ đồ 10

4- Đối với *máy tính điện tử*, mọi thông tin được biểu diễn dưới dạng mã số nhị phân, và trong kĩ thuật xử lí số liệu với mã số ấy phải dùng đến đại số phán đoán.

Trong máy tính, có vô số các *phần tử logic cơ bản* được lắp ghép với nhau. Đó là những chi tiết có một hoặc nhiều đầu vào (mang tín hiệu vào) nhưng chỉ có một đầu ra (mang tín hiệu ra).

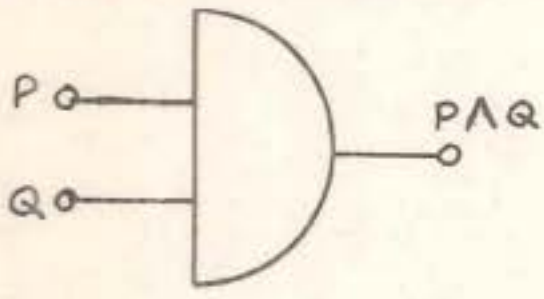
Các phần tử logic cơ bản là:

Phần tử and (và), thực hiện *phép hội*: nó phát tín hiệu ra khi và chỉ khi có tín hiệu vào ở tất cả các đầu vào (sơ đồ 11).

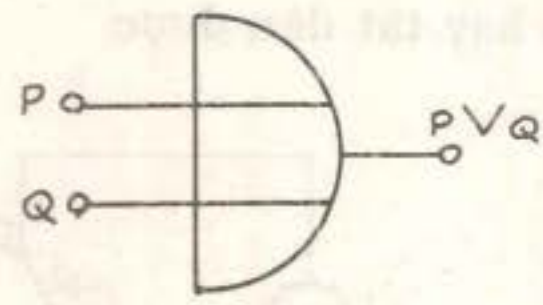
Phần tử or (hoặc), thực hiện *phép tuyển*: nó phát tín hiệu ra khi và chỉ khi có tín hiệu vào ở ít nhất một đầu vào (sơ đồ 12).

Phần tử no (không), thực hiện *phép phủ định*: nó chỉ có một đầu vào, và phát tín hiệu ra khi không có tín hiệu vào, ngược lại, nó không phát tín hiệu ra khi có tín hiệu vào (sơ đồ 13).

Ghép phần tử *and* với phần tử *no*, ta được phần tử *nand (not and)* như trong sơ đồ 14. Ghép phần tử *or* với phần tử *no*, ta được phần tử *nor (not or)* như trong sơ đồ 15.

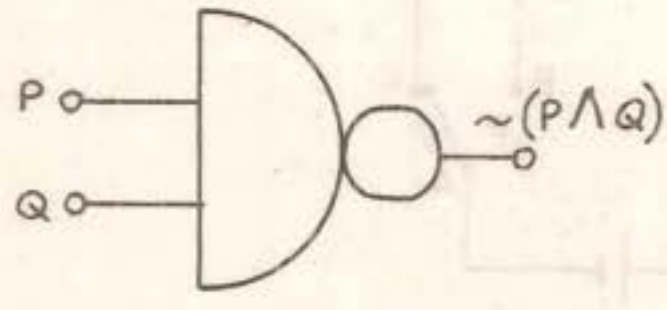


Sơ đồ 11
(phần tử *and*)

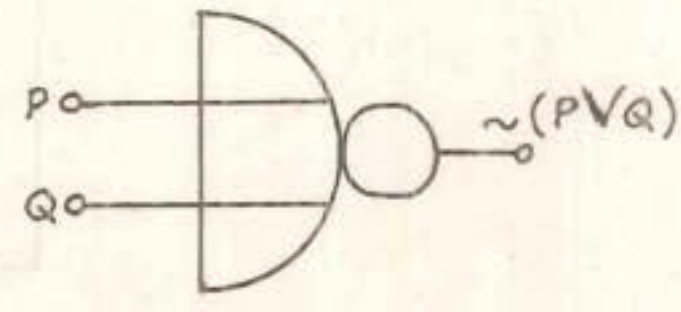


Sơ đồ 12
(phần tử *or*)

Sơ đồ 13
(phần tử *no*)



Sơ đồ 14
(phần tử *nand*)



Sơ đồ 15
(phần tử *nor*)

GIẢI ĐÁP MỘT SỐ BÀI TẬP

CHƯƠNG 1

1.1- a) và b)Chú ý rằng phủ định của phán đoán "trời mưa" là "trời không mưa" (chứ không phải "trời nắng"), phủ định của "trời nắng" là "trời không nắng". Tương tự như vậy với c) và d), e) và g).

1.2- a) và c) $P \wedge Q$ b) và d) $\sim P \wedge Q$, e) $\sim P \wedge \sim Q$, g) $P \wedge \sim Q$, h) $\sim(\sim P \wedge Q)$.

Khi P đúng, Q sai thì a, b, c, d, e, đều sai, còn g và h là đúng.

1.3- a) Quả đất hình cầu và không đứng yên. b) Quả đất không phải là hình cầu hoặc không đứng yên. c) Nói rằng quả đất hình cầu hoặc đứng yên là sai. d) Nói rằng quả đất không phải hình cầu mà cũng không đứng yên là sai. e) Nói rằng quả đất hình cầu hoặc không đứng yên là sai. g) Nói rằng quả đất không phải là hình cầu hoặc đứng yên là sai. Khi P = *đ*, Q = *s* thì c) và e) là sai, còn tất cả các phán đoán khác đều đúng.

1.4- Dấu phết trong a) có ý nghĩa của phép hội, trong b) có ý nghĩa của phép tuyển. Trong c) "và" có "và/hoặc".

1.5- a) dấu +; b) dấu $\vee$; c) dấu +; d) dấu $\vee$; e) "hoặc" thứ nhất: dấu +; "hoặc" thứ hai: dấu $\vee$.

1.6- a) $\sim P \wedge \sim Q$, b) $\sim (P \wedge Q)$, c) $P \vee Q$, d) $\sim P \vee \sim Q$, e) $P + Q$, g) Có nghĩa là "nó không học một lúc cả hai môn", tức là tương đương logic với phán đoán b; cũng có nghĩa là "nó không học ít nhất một trong hai môn ", tức là tương đương logic với phán đoán d. Phán đoán g có thể viết dưới dạng $\sim (P \wedge Q)$ hoặc $\sim P \vee \sim Q$.

1.7- Bài toán này cũng như bài toán 1.8 có thể giải bằng cách xét mọi khả năng có thể xảy ra và chọn khả năng thoả yêu cầu đề bài. Thí dụ: Xét câu trả lời của An: giả sử Dần ở Nghệ An là đúng, thế thì Dần không ở Quảng Nam và Can ở Hà nội (câu của Can), lúc đó câu trả lời của Bái không có phần nào đúng cả, trái với đề bài. Vậy Dần ở Nghệ An là sai và An ở Hà nội là đúng. Từ đó, ta suy ra đối với các câu trả lời khác.

Cách giải sau đây có thể gọi là "cách giải bằng phương trình logic", tương tự giải toán bằng cách đặt phương trình trong đại số.

Kí hiệu: Ah = An ở Hà nội.

Dn = Dần ở Nghệ An.

Bh = Bái ở Hà nội.

Cs = Can ở Sông Bé.

(lấy chữ cái đầu của tên, viết hoa, và chữ cái đầu của quê, viết thường). Mỗi người cho biết hai phán đoán, trong đó có ít nhất một phán đoán đúng, vì vậy với mỗi người ta có thể thành lập một tuyển của hai phán đoán và tuyển này là đúng:

An: $Ah \vee Dn = đ$ (1)

Bái: $Bh \vee Cs = đ$ (2)

Can: $Ch \vee Dq = đ$ (3)

Dần: $Dn \vee Yp = đ$ (4)

Yến: $Yp \vee Aq = đ$ (5)

Vì cả 5 phán đoán (1), (2), (3), (4), (5) đều đúng, nên hội của chúng cũng đúng, nghĩa là ta có phán đoán đúng sau đây (để cho gọn, ta dùng dấu . thay cho dấu $\wedge$):

$(Ah \vee Dn).(Bh \vee Cs).(Ch \vee Dq).(Dn \vee Yp).(Yp \vee Aq) = đ$

Bây giờ, ta mở dấu ngoặc (như trong đại số học thông thường)

chú ý rằng: mỗi người chỉ có một quê, và không có hai người nào cùng quê, vì vậy những phán đoán như Ah.Bh (An ở Hà nội và Bái ở Hà nội) hay Bh.Ch (Bái ở Hà nội và Can ở Hà nội) đều là sai.

Ta có:

$$(Ah \vee Dn).(Bh \vee Cs) = Ah.Bh \vee Ah.Cs \vee Dn.Bh \vee Dn.Cs = đ$$

Vì Ah.Bh là sai, ta có thể bỏ đi trong phép tuyển ở vế phải, và được:

$$Ah.Cs \vee Dn.Bh \vee Dn.Cs$$

Lấy hội của phán đoán này với (3), được phán đoán đúng:

$$(Ah.Cs \vee Dn.Bh \vee Dn.Cs).(Ch \vee Dq) =$$

$$Ah.Cs.Ch \vee Ah.Cs.Dq \vee Dn.Bh.Ch \vee Dn.Bh.Dq$$

$$\vee Dn.Cs.Ch \vee Dn.Cs.Dq = đ$$

Bỏ đi Ah.Cs.Ch, Dn.Bh.Ch, Dn.Bh.Dq, Dn.Cs.Ch, Dn.Cq.Dq ta chỉ còn:

$$Ah.Cs.Dq = đ$$

Lấy hội của phán đoán này với (4), được:

$$(Ah.Cs.Dq)(Dn \vee Yp) =$$

$$Ah.Cs.Dq.Dn \vee Ah.Cs.Dq.Yp = đ$$

Bỏ di Ah.Cs.Dq.Dn (vì có Dq.Dn), được:

$$Ah.Cs.Dq.Yp = đ$$

Lấy hội của phán đoán này với (5), được:

$$Ah.Cs.Dq.Yp(Yp \vee Aq) =$$

$$Ah.Cs.Dq.Yp.Yp \vee Ah.Cs.Dq.Yp.Aq = đ$$

Bỏ đi Ah.Cs.Dq.Yp.Aq (vì có Dq.Aq), và chú ý rằng Yp.Yp = Yp, ta được:

$$Ah.Cs.Dq.Yp = đ$$

Suy ra từng phán đoán thành phần của Ah.Cs.Dq.Yp là đúng, nghĩa là:

Ah đúng: An quê ở Hà nội.

Cs đúng: Can quê ở Sông Bé.

Dq đúng: Dần quê ở Quảng Nam.

Yp đúng: Yến quê ở Phú Thọ.

Suy ra : Bái quê ở Nghệ An.

1.8- Kí hiệu: C = Chính được giải, B = Bình được giải, v.v...

Để giải bài toán này, ta dùng phép tuyển chặt (+) và chú ý một số tính chất của phép + được suy ngay từ định nghĩa:

$đ + đ = s$ và $P + P = s$ (với mọi P).

Lập tuyển + của tất cả các phán đoán của các thầy giáo, ta được:

$$(C + B) + (N + Q) + (T + C) + (N + T) + (P + C)$$

Vì bốn thầy phán đoán đúng về một học sinh, một thầy đoán sai hoàn toàn, nên trong tuyển trên có 4 phán đoán đúng, các phán đoán khác đều sai, mà $đ + đ = s$, nên cũng có $đ + đ + đ + đ = s$, vì vậy toàn bộ phép tuyển ở trên có giá trị s. Mặt khác, bỏ đi các cặp N + N, T + T, C + C (vì đều là s), ta có:

$$(1) \quad C + B + Q + P = s$$

Theo giả thiết, trong 6 học sinh đi thi, có 2 được giải, 4 không được giải, vì vậy trong 6 phán đoán C, B, N, Q, T, P có 2 phán đoán đúng, 4 phán đoán sai, do đó

$$(2) \quad C + B + N + Q + T + P = s.$$

Đối chiếu (1) với (2), ta có:

$$N + T = s.$$

nghĩa là N và T cùng là $đ$ hoặc cùng là s. Nhưng N và T là dự

đoán của thầy giáo thứ tư, nên không thể cùng là *đ*. Vậy: N và T đều là *s*, nghĩa là thầy giáo thứ tư đoán sai hoàn toàn, Nghĩa không được giải và Thu không được giải. Vì các thầy giáo khác đoán đúng được về một học sinh, nên suy ra: Quang được giải (dự đoán của thầy thứ hai) và Chính được giải (dự đoán của thầy thứ ba), hai thầy khác (thứ nhất và thứ năm) đoán đúng được một học sinh (Chính được giải) và sai về học sinh khác (Bình, Phúc không được giải).

Chú ý: Trên đây là trình bày thật chi tiết lời giải của các bài 1.7 và 1.8; đối với các bạn đã quen với công cụ kí hiệu, có thể trình bày ngắn hơn rất nhiều.

1.9- Nếu anh ta cạo râu cho mình thì anh ta là người tự cạo, mà theo lệnh trên thì anh ta không được cạo. Nếu anh ta không cạo râu cho mĩnh thì anh là người không tự cạo, và theo lệnh trên, anh ta phải cạo. Anh ta không cạo cho mình thì không được, mà cạo cho mình cũng không được!

1.10- Nếu anh ta nói thật mà lại nói "điều tôi nói đây là nói dối" thì hoá ra anh ta đã nói dối. Nếu anh nói dối rằng "điều tôi nói đây là nói dối" thì hoá ra anh ta nói thật !

1.11- e) Nếu tôi có giấy mời thì tôi đi xem đá bóng.

Nếu anh ấy không có giấy mời thì anh ấy không đi xem đá bóng.

g) Nếu anh không dậy trước 5 giờ sáng thì anh lỡ tàu.

h) Nếu anh không đi máy bay thì anh không đến họp kịp.

i) Nếu không có lửa thì không có khói.

k) Nếu không thức khuya thì không biết đêm dài.

l) Nếu không chuẩn bị kế hoạch thì không thắng được ở mặt trận này.

m) Nếu không có con người xã hội chủ nghĩa thì không xây dựng được chủ nghĩa xã hội.

n) Nếu không tăng gia sản xuất và thực hành tiết kiệm thì không thể xây dựng chủ nghĩa xã hội được.

o) Nếu một dân tộc không có tư duy lí luận thì dân tộc đó không thể đứng vững trên đỉnh cao của khoa học.

1.12- e) Có giấy mời là đủ để tôi đi xem đá bóng. Có giấy mời là cần để anh ấy đi xem đá bóng. i) Có lửa là cần để có khói. k) Thức khuya là cần để biết đêm dài. l) Chuẩn bị kế hoạch là cần để đánh thắng ở mặt trận này. m) Có con người xã hội chủ nghĩa là điều kiện cần trước hết để xây dựng chủ nghĩa xã hội. n) Tăng gia sản xuất và thực hành tiết kiệm là các điều kiện cần để xây dựng chủ nghĩa xã hội. o) Có tư duy lí luận là điều kiện cần để một dân tộc đứng vững trên đỉnh cao của khoa học.

1.13- Thiếu từ *chỉ*: "...nhân loại bao giờ cũng *chỉ* đặt ra cho mình những vấn đề mà mình có thể giải quyết được:... bản thân vấn đề *chỉ* nảy ra khi...". Thêm từ *chỉ* vào thì đoạn in nghiêng sẽ có nghĩa là: " nhân loại *không* bao giờ đặt ra cho mình những vấn đề mà mình chưa có thể giải quyết được;... bản thân vấn đề *không* nảy ra khi những điều kiện vật chất để giải quyết vấn đề đó chưa có...", như vậy mới nhất quán với ý trước đó: "Một chế độ xã hội *không* bao giờ mất đi khi...; những quan hệ sản xuất mới, cao hơn *không* bao giờ xuất hiện khi..."

1.14- e và g là sai, các phán đoán khác đều đúng.

1.15- a) $P \wedge \sim Q \Rightarrow \sim R$, với P = nước độc lập, Q = dân hưởng hạnh phúc, R = độc lập có ý nghĩa.

b) $P \wedge Q \Rightarrow R \wedge S$, với P = nhân dân ta đoàn kết một lòng,

Q = Chính phủ lãnh đạo khôn khéo, R = chúng ta bẻ gãy xiềng xích nô lệ, S = chúng ta tranh được độc lập tự do.

c) $\sim(P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow Q)$, với P = có sự ngăn sông cách núi, R = lòng người ngại núi e sông, Q = đường đi khó.

d) "Không phải vì không có tiền nên tôi không mua rượu" có thể viết dưới dạng $\sim (\sim T \Rightarrow \sim M)$ với T = tôi có tiền, M = tôi mua rượu.

e) và g) Với G = nó gầy đi, L = nó làm việc nhiều, B = nó bị bệnh thì e) có dạng $\sim (L \Rightarrow G) \wedge \sim (B \Rightarrow G)$ và g) có dạng $\sim (L \vee B \Rightarrow G)$; e) đúng khi và chỉ khi G sai và cả L lẫn B cùng đúng, còn g) đúng và chỉ đúng khi G sai và L hoặc B đúng. Câu e) có thể viết dưới dạng $\sim (L \wedge B \Rightarrow G)$.

1.16- Gọi A = An nói dối, B = Bình nói dối.

Câu nói của An là: $\sim A \Rightarrow \sim B$

và câu trả lời của Bình là: $B \Rightarrow A$.

Hai phán đoán đó là tương đương logic, và vì vậy cả hai bạn cùng nói thật, hoặc cùng nói dối.

1.17- Nếu đem người tù ra treo cổ thì tức là anh ta đã nói đúng sự thật, mà đã nói đúng sự thật thì phải bị chặt đầu.

Nếu chặt đầu anh ta thì tức là anh ta đã nói một điều giả dối, và vì vậy phải treo cổ anh ta. Đằng nào cũng không được !

1.18- Dùng kí hiệu:

"Điều ghi ở mặt B là đúng sự thật" là phán đoán (1)

"Điều ghi ở mặt A là giả dối" là phán đoán (2)

Phán đoán (1) viết ở mặt A, phán đoán (2) viết ở mặt B.

Ta đứng trước tình huống sau: giả sử thừa nhận (1) ghi ở mặt A là đúng; điều đó có nghĩa là (2) ghi ở mặt B là đúng; (2) đúng thì (1) sai; (1) sai thì (2) sai; (2) sai thì (1) đúng;

(1) đúng thì (2) đúng v.v... Ta có cái quạt vì phải liên tục lật qua lật lại hai mặt của tấm bìa mà không hết mâu thuẫn!

1.19- Gọi phán đoán đã cho là (1).

a) và b) cũng chính là (1).

c) và d) đều tương đương logic với (1): "không phải ai cũng không tán thành" tức là "có người tán thành"; "không phải không có" tức là "có".

e) không phải là phủ định của (1), mà cũng không tương đương logic với (1). Phủ định của (1) là: "Trong hội nghị không phải có người tán thành ý kiến ấy", khác với e), do đó nếu (1) đúng thì không kết luận được e) đúng hay sai.

g) tương đương logic với: "Trong hội nghị có người không tán thành ý kiến ấy", phán đoán này không phải là phủ định của (1) mà cũng không tương đương logic với (1), và không nói được nó đúng hay sai nếu (1) đúng.

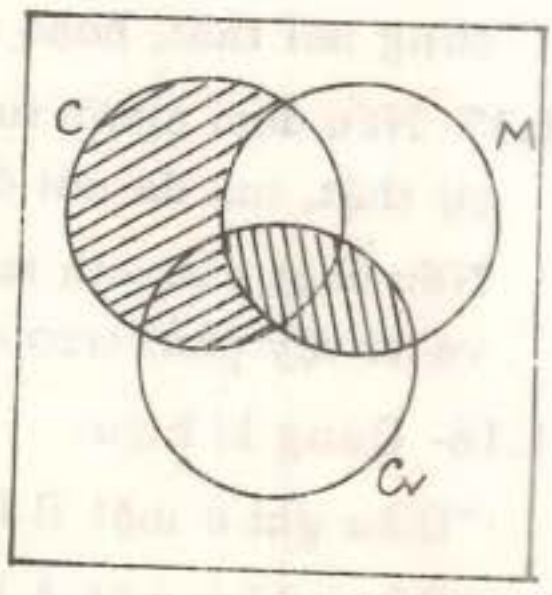
CHƯƠNG II

2.1- a) Gọi C là tập hợp tất cả các con cá,

M là tập hợp tất cả các con vật thở bằng mang,

Cv là tập hợp tất cả cá voi.

Ta vẽ được hình 2.1a và suy luận là hợp logic.



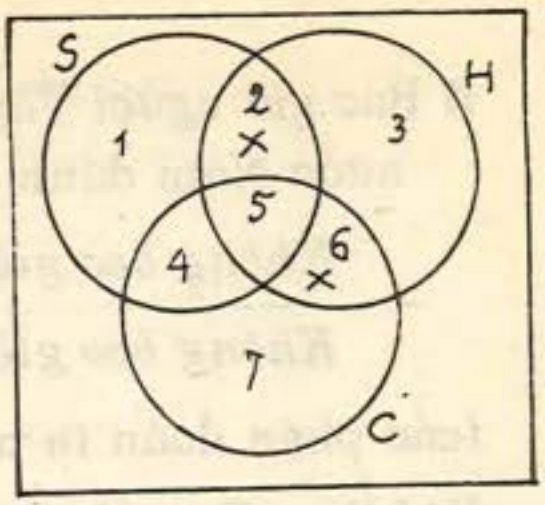
Hình 2.1a

b) Gọi S là tập hợp tất cả sinh viên,

H là tập hợp tất cả hoa hậu,

C là tập hợp tất cả người Cần thơ.

Theo hai tiền đề đã cho thì ta đánh hai dấu X ở ba vùng II, V và VI (hình 2.1b), do đó kết luận là không hợp logic.

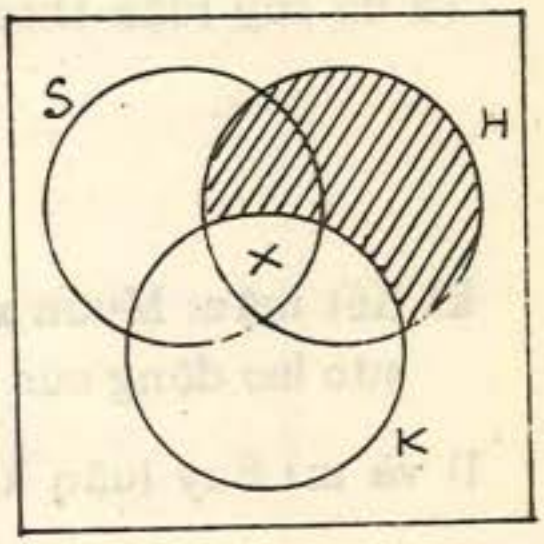


Hình 2.1b

2.2- a) Như 2.1a. Kết luận: Không ai trong xóm này là sinh viên.

b) Xem hình 2.2b. Kết luận: Một số sinh viên đáng khen.

2.3- a) Tiền đề: Nếu sự nghiệp của chúng ta là chính nghĩa thì chúng ta nhất định thắng. Quy tắc modus ponens.



Hình 2.2b

b) Tiền đề: Nếu anh ấy là người trung thực thì có thể tin anh ấy.Quy tắc modus ponens.

c) Nếu không có thuốc tiên thì bệnh này không thể chữa khỏi.Thuốc tiêm thì không có, vậy bệnh này không thể chữa khỏi. Kết luận được lược đi.
Quy tắc modus ponens.

d) Tôi không đi đằng đầu được. Vậy anh không làm được việc ấy. Quy tắc modus tollens.

e) Nếu không thức khuya thì không biết đêm dài. Anh chẳng bao giờ thức khuya. Quy tắc modus ponens. Kết luận được lược đi.

g) Suy luận không hợp logic.

h) Người tốt luôn giúp đỡ bạn bè. Nó luôn giúp đỡ bạn bè. Vậy nó là người tốt. Suy luận không hợp logic. (Ngoài ra, "nó nói rằng nó luôn giúp đỡ bạn bè" không có nghĩa là "nó luôn giúp đỡ bạn bè.")

i) Bao giờ người Tây nhổ hết cỏ nước Nam thì mới hết người nước Nam đánh Tây. (Có P *mới* có Q)

Không bao giờ người Tây nhổ hết cỏ nước Nam.

Không bao giờ hết người nước Nam đánh Tây.

(các phán đoán in nghiêng được lược đi).

Kí hiệu: P = Người Tây nhổ hết cỏ nước Nam.

Q = Hết người nước Nam đánh Tây.

Ta đã suy luận theo qui tắc modus ponens:

$$\frac{\sim P \Rightarrow \sim Q,\ \sim P}{\sim Q}$$

k) Kết luận: Muốn xây dựng chủ nghĩa xã hội phải giải phóng sức lao động của phụ nữ. Qui tắc bắc cầu của phép kéo theo.

l) và m) Suy luận không hợp logic, theo sơ đồ

$$\frac{P \Rightarrow Q,\ \sim P}{\sim Q}$$

(kết luận ~ Q được lược đi).

n) Kết luận được lược đi:"Tôi buồn quá". Suy luận không hợp logic, theo sơ đồ

$$\frac{P \Rightarrow Q,\ Q}{P}$$

2.4- Cả hai đều suy luận hợp logic."Nếu P thì Q. Mà Q sai, vậy P sai." Tiền đề "Q sai" và kết luận "P sai" được lược đi.

2.5a- Em bé đã suy luận không hợp logic như sau: "Nếu không mang lương khô thì không định đi xa. Mẹ tôi lại chuẩn bị nhiều lương khô. Vậy là Mẹ sắp đi xa".

2.5b- Gọi "em ham thích toán" là P, "em giỏi toán" là Q, "em cố gắng làm nhiều toán khó" là R, thì suy luận theo sơ đồ.

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ \sim P \Rightarrow \sim R \\ \sim R \\ \hline \sim Q \end{array}$$

Suy luận không hợp logic: có thể chỉ ra trường hợp tất cả các tiền đề đều đúng, nhưng kết luận lại sai, thí dụ khi P đúng, Q đúng, R sai (lúc đó $P \Rightarrow Q$, $\sim P \Rightarrow \sim R$ và $\sim R$ đều đúng, nhưng $\sim Q$ sai).

2.5c- Gọi "em ham học" là P, "em học giỏi" là Q, "em cố gắng làm nhiều bài tập" là R, thì suy luận theo sơ đồ

$$\begin{array}{l} \sim P \Rightarrow \sim Q \\ \sim R \Rightarrow \sim P \\ \sim R \\ \hline \sim Q \end{array}$$

Suy luận hợp logic: từ $\sim R \Rightarrow \sim P$ và $\sim P \Rightarrow \sim Q$, theo qui tắc bắc cầu của phép kéo theo, có $\sim R \Rightarrow \sim Q$; lại có $\sim R$, nên áp dụng qui tắc kết luận, có $\sim Q$.

2.5d- Gọi "em được khen thưởng" là P, "em học giỏi" là Q, "em khỏe mạnh" là R, thì suy luận theo sơ đồ

$$\begin{array}{l} \sim (Q \wedge R) \Rightarrow \sim P \\ \sim R \Rightarrow \sim Q \\ \hline Q \Rightarrow P \end{array}$$

Suy luận không hợp logic: khi Q đúng, P sai, R đúng thì cả hai tiền đề đều đúng, nhưng kết luận là sai.

2.5e- Dùng kí hiệu như trong thí dụ ở 2, mục 8. Chú ý rằng câu: "trường học không có thầy giáo tốt và cơ sở vật chất tốt" có nghĩa là "trường học không có thầy giáo tốt và cũng không có cơ sở vật chất tốt". Sơ đồ của suy luận là

$$\sim P \wedge \sim Q \Rightarrow \sim R \quad (A)$$

$$\sim P \wedge R \quad (B)$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

$$Q \quad (C)$$

Khi cả **B** lẫn **A** cùng đúng thì phải có: P sai, R đúng (để cho **B** đúng), lúc đó bắt buộc Q phải đúng (để cho **A** đúng).

Vậy suy luận là hợp logic.

2.6- Gọi H = An học Hoá, V = An học Văn, T = An làm toán.

Dự định thứ nhất có dạng: $H \vee V$.

Dự định thứ hai có nghĩa là: "An không học đồng thời cả hai môn Hoá và Toán", cũng tức là: "An không học Hoá hoặc không làm toán" $(\sim H \vee \sim T)$.

Dự định thứ ba có nghĩa là:" An học Văn mà không làm toán hoặc An làm toán mà không học Văn" $(V.\sim T \vee T.\sim V)$.

Nếu cả ba dự định đều thực hiện được thì ta có:

$$H \vee V = đ$$

$$\sim H \vee \sim T = đ$$

$$V.\sim T \vee T.\sim V = đ$$

Do đó: $(H \vee V)(\sim H \vee \sim T)(V.\sim T \vee T.\sim V) = đ$

Rút gọn vế trái, được $V.\sim T = đ$.

Trả lời: An học Văn và không làm toán (có thể học Hoá hoặc không).

2.7- Chú ý rằng "cái cối xay quay bằng tay", "cái cối xay chạy bằng hơi nước" là lực lượng sản xuất mới (trong thời kì lịch sử tương ứng), và câu "cái cối xay quay bằng tay đưa lại xã hội có lãnh chúa, cái cối xay chạy bằng hơi nước đưa lại xã hội có tư bản công nghiệp" là cụ thể hóa của kết luận: "Do có lực lượng sản xuất mới mà loài người thay đổi tất cả những quan hệ xã hội của mình."

Gọi P = Loài người có những lực lượng sản xuất mới.

Q = Loài người thay đổi phương thức sản xuất của mình.

R = Loài người thay đổi tất cả những quan hệ xã hội của mình.

Quy tắc bắc cầu của kéo theo.

2.8- Toàn bộ đoạn văn phải hiểu như sau:

"Không có chế độ nô lệ thì không có cơ sở văn minh Hi Lạp; không có chế độ nô lệ thì không có đế quốc La mã.

Do đó, không có chế độ nô lệ thì không có cơ sở văn minh Hi Lạp và không có đế quốc La Mã.

Mà không có có sở văn minh Hi Lạp và không có đế quốc La Mã thì không có châu Âu hiện đại được.

Do đó, không có chế độ nô lệ thì không có châu Âu hiện đại. Mà không có châu Âu hiện đại thì không có chủ nghĩa xã hội hiện đại.

Vì vậy, không có chế độ nô lệ thì không có chủ nghĩa xã hội hiện đại".

Các phán đoán in nghiêng đã được lược đi.

Gọi P = Không có chế độ nô lệ.

Q = Không có cơ sở văn minh Hi lạp.

R = Không có đế quốc La mã.

S = Không có châu Âu hiện đại.

T = Không có chủ nghĩa xã hội hiện đại.

Ta có $P \Rightarrow Q$, $P \Rightarrow R$ / $P \Rightarrow Q \wedge R$

Đây là một qui tắc suy luận.

Tiếp theo: $P \Rightarrow Q \wedge R$, $Q \wedge R \Rightarrow S$ / $P \Rightarrow S$

(Qui tắc bắc cầu của phép kéo theo). Và cuối cùng:

$P \Rightarrow S$, $S \Rightarrow T$ / $P \Rightarrow T$

(Qui tắc bắc cầu của phép kéo theo).

2.9- Tôi sẵn sàng nhường đường cho một người ngớ ngẩn. Ông là người ngớ ngẩn. Tôi sẵn sàng nhường.

2.10- Anh ta đã suy luận như sau: "Khi vợ mình xấu hổ thì vợ mình đỏ mặt. Hôm nay bà ấy đỏ mặt. Vậy bà ấy xấu hổ cái gì đó." Sơ đồ: $P \Rightarrow Q$ và Q, vậy P.

2.12- Chú ý rằng ba học sinh đều rất thông minh, mà phải sau một chút suy nghĩ, tức là không em nào nói ngay được mình đội mũ gì, nên em A suy luận như sau:

Mình không thể đội mũ xanh. Nếu mình đội mũ xanh, thì bạn B sẽ suy luận thế này: "A đội mũ xanh; nếu mình cũng đội mũ xanh thì bạn C nói ngay được rằng C đội mũ trắng. Nhưng C không nói ngay được, vậy mình phải đội mũ trắng".

Nhưng bạn B còn suy nghĩ, không nói được điều đó, vậy thì mình phải đội mũ trắng.

Em B, C cũng suy luận như vậy, cùng đi đến kết luận là mình đội mũ trắng.

2.13- Cô A suy luận như sau: "B thấy rằng C cười, nhưng B không biết rằng mặt B bị dính phấn. Nếu như mặt mình không dính phấn thì B sẽ ngạc nhiên tự hỏi vì sao C lại cười và B sẽ suy ra là mặt B bị dính phấn. Nhưng B vẫn tiếp tục cười, vậy thì mặt mình phải bị dính phấn".

* * *

Tài liệu tham khảo chính

[1] *Nguyễn Đức Dân*, Lôgich, ngữ nghĩa, cú pháp, NXB Đại học và THCN, 1987.

[2] *D.P.Gorki*, Lôgic học, NXB Giáo dục, 1974

[3] *E.A.Khơmencô*, Lôgic học, NXB Quân đội nhân dân, 1976

[4] *Hoàng Phê*, Logic ngôn ngữ học, NXB Khoa học xã hội, 1989

[5] *Lê Tử Thành*, Tìm hiểu lôgich học, NXB Trẻ, 1993

[6] *Nguyễn Văn Trấn*, Lôgich vui, NXB Chính trị quốc gia, 1993

[7] *Nguyễn Văn Trấn*, Những bài nói chuyện về lôgich, NXB Sự thật,1963

[8] *Nguyễn Vũ Uyên*, Đại cương luận lý học hình thức, Lửa Thiêng,1974

[9] *Hoàng Chúng*, Mấy vấn đề về lôgic trong giảng dạy toán học, NXB Giáo dục, 1962

[10] *Hoàng Chúng*, Lôgic học sơ cấp, ĐHSP tp Hồ Chí Minh, 1985

[11] *Hoàng Chúng*, Đôi điều cần thiết về logic, Trung tâm Bồi dưỡng Giáo viên và TTGD, 1990

[12] *A.Giegorshik*, Populianaia logica, Matscova, 1972

[13] *G.Klaus*, Moderne Logik, Berlin, 1970

[14] *W.Segeth*, Elementare Logik, Berlin, 1972

[15] *W.M.Setek,Jr*, Fundamentals of mathematics, Macmillan, 1989

[16] *P.C.Novicop*, Nhập môn logic toán, NXB Đại học THCN,1970

[17] *S.L.Edenman*, Logic toán, NXB Giáo dục, 1981

*

* *

[18] *Hồ Chí Minh tuyển tập*, NXB Sự Thật, 1980

[19] Tổng tập văn học Việt Nam, tập 30A, NXB Khoa học Xã hội, 1985

[20] *Nguyễn Văn Ngọc, Trần Lê Nhân*, Cổ học tinh hoa, NXB Trẻ,1992

[21] *Ts.Aitmatôp*, Giamilia, NXB Câu vồng, 1984

[22] *Antoine de St Exupery*, Chú bé hoàng tử, NXB Ngoại văn, 1987

[23] *Hecto Malô*, Không gia đình, NXB Kim Đồng, 1984

[24] *F.Sinle*, Những tên cướp, NXB Văn học, 1983

[25] *A.Tsêkhôp*, Người đàn bà có con chó nhỏ, NXB Ngoại văn, 1983

[26] *J.O.Cơc-ut*, Ca-dăng, NXB Kim Đồng, 1986

[27] *Nguyễn Quốc Tuý, Trần Gia Linh*, Tục ngữ-Ca dao-Dân ca chọn lọc, NXB Giáo dục, 1993

[28] *Truyện cười dân gian Việt Nam*, NXB Văn Học, 1985.

MỤC LỤC

Lời nói đầu 5

Mở đầu 7

Chương 1 **Phán đoán và các phép logic**

1- Phán đoán 11

1.1- Phán đoán và câu

1.2- Liên từ và các phép logic

2- Phép phủ định 14

2.1- Phép phủ định và liên từ logic "không"

2.2- Phủ định hai lần

3- Phép hội 17

3.1- Phép hội và liên từ logic "và"

3.2- Những liên từ khác có ý nghĩa của phép hội

4- Phép tuyển 19

4.1- Phép tuyển và liên từ logic "hoặc"

4.2- Hai nghĩa khác nhau của liên từ "hoặc"

4.3- Phép tuyển chặt và phép tuyển không chặt

5- Phán đoán hằng đúng.Luật logic 23

Luật mâu thuẫn. Luật bài trung.

6- Tính chất của các phép hội và phép tuyển 26

6.1- Phép nhân logic và phép cộng logic

6.2- Các hệ thức De Morgan

Bài tập 31

7- Phép kéo theo 34

7.1- Phép kéo theo và liên từ logic "nếu...thì..."

7.2- Phán đoán đảo. Phép kéo theo không có tính chất giao hoán

7.3- Phán đoán phân đôi
7.4- Điều kiện đủ, điều kiện cần
7.5- Những cách diễn đạt khác nhau của phán đoán kéo theo
Bài tập 45
8- Hàm phán đoán. Phán đoán phổ biến và phán đoán tồn tại.. 48
8.1- Hàm phán đoán
8.2- Phán đoán phổ biến
8.3- Phán đoán tồn tại
8.4- Phủ định của phán đoán tồn tại và phán đoán phổ biến
8.5- Phán đoán khẳng định, phủ định chung và riêng
Bài tập 56

Chương 2
Suy luận diễn dịch
1- Suy luận 58
1.1- Suy luận diễn dịch
1.2- Suy luận nghe có lí
2- Phép suy diễn từ một tiền đề 59
3- Phép suy diễn từ nhiều tiền đề 65
4- Những quy tắc suy diễn quan trọng từ nhiều tiền đề ... 68
4.1- Quy tắc modus ponens
4.2- Quy tắc modus tollens
4.3- Quy tắc lựa chọn
4.4- Quy tắc bắc cầu của phép kéo theo

882

5- Phép tam đoạn luận với các tiền đề có dạng A, I, E, O... 73
5.1- Biểu diễn phán đoán A, I, E, O bằng sơ đồ Venn
5.2- Khảo sát các phép tam đoạn luận bằng sơ đồ Venn
5.3- Các quy tắc tam đoạn luận
6- Suy luận rút gọn 82
6.1- Suy luận rút gọn từ các quy tắc modus ponens và modus tollens
6.2- Suy luận rút gọn từ quy tắc bắc cầu của phép kéo theo
6.3- Suy luận liên kết rút gọn
7- Những suy luận không hợp logic thường gặp 87
8- Phân tích tính hợp logic của một suy luận 90
9- Suy luận hợp logic và chứng minh 95
Bài tập 99
Phụ lục 1
Một số vấn đề về định nghĩa và phân chia khái niệm
1- Nội hàm và ngoại diên của khái niệm 106
2- Quan hệ giữa các khái niệm 108
3- Định nghĩa khái niệm 111
3.1- Cấu trúc logic của định nghĩa
3.2- Các quy tắc định nghĩa
3.3- Một số điểm cần lưu ý về định nghĩa khái niệm
4- Phân chia khái niệm và phân loại 126
Phụ lục 2
Sơ lược về ứng dụng của đại số phán đoán 132
Giải đáp một số bài tập 139
Tài liệu tham khảo 154

THƯ VIỆN
Anphongsô
00000882

Chịu trách nhiệm xuất bản
Giám đốc: PHẠM VĂN ẠN
Tổng biên tập: NGUYỄN NHƯ Ý

Biên soạn
HOÀNG CHÚNG

Trình bày bìa
ĐỖ DUY NGỌC

In 2000 cuốn tại Xưởng in Cty ĐTPTVH.
Giấy phép xuất bản số 214 / CXB- 847 do Cục Xuất bản cấp ngày 22 tháng 3 năm 1997.
In xong và nộp lưu chiểu tháng 6 năm 1997.